

Nome:

2022-11-12

**Regras:**

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FUN}))$ .
- VI. Escreva em forma facilmente legível.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- IX. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo!

**Esclarecimento.** Considere que as listas e os naturais considerados nesta prova são todos *totais*.

**Definições dadas.** (Qualquer outra função que aparece nas caixinhas deve ser definida!)

$(+) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$	$(*) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$	$(++) : \text{List } a \rightarrow \text{List } a \rightarrow \text{List } a$
$m + 0 = m$	$m * 0 = 0$	$[] ++ ys = ys$
$m + (S n) = S (m + n)$	$m * (S n) = n + (m * n)$	$(x:xs) ++ ys = x : (xs ++ ys)$

$\text{append} : a \rightarrow \text{List } a \rightarrow \text{List } a$	$\text{reverse} : \text{List } a \rightarrow \text{List } a$
$\text{append } w [] = [w]$	$\text{reverse } [] = []$
$\text{append } w (x:xs) = x : \text{append } w xs$	$\text{reverse } (x:xs) = \text{append } x (\text{reverse } xs)$

$\text{take} : \text{Nat} \rightarrow \text{List } a \rightarrow \text{List } a$	$(.) : (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$
$\text{take } 0 \quad \_ = []$	$(f . g) x = f (g x)$
$\text{take } \_ \quad [] = []$	
$\text{take } (S n) (x:xs) = x : \text{take } n xs$	

**Teoremas dados.** (Qualquer outro teorema utilizado nas tuas respostas deve ser demonstrado!)

(+)-ass/com/id; (\*)-ass/com/id; (\*,+)-distributividade

*Boas provas!*

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

(48) **D**

(16) **D1.** Complete as igualdades seguintes **com algo interessante**:<sup>2</sup>

```
sum . map sum           =  
filter p . map f       =  
map f . map g          =  
map f . take n         =  
filter p . concat      =  
take m . take n        =  
concat . map concat    =  
sum . map double       =
```

(32) **D2.** Escolha **exatamente uma** delas para demonstrar. Precisas definir (corretamente!) todas as funções envolvidas, exceto aquelas que são definidas na primeira página.

DEFINIÇÕES.

DEMONSTRAÇÃO DE \_\_\_\_\_ .

---

<sup>2</sup>DEFINIÇÃO. Chamamos algo de *interessante* sse Thanos acha tal algo interessante.

(52) **F**

Escolha até 1 dos **F1** e **F2**.

Um programador definiu a *sum* recursivamente e demonstrou a propriedade seguinte:

$$\text{sum } (xs \# ys) = \text{sum } xs + \text{sum } ys. \quad (\text{S})$$

Depois definiu a *product*, também recursivamente, e demonstrou a propriedade

$$\text{product } (xs \# ys) = \text{product } xs \cdot \text{product } ys.$$

E depois a mesma coisa sobre a *concat*, etc., etc.

(32) **F1.** Faça a primeira coisa que ele fez:

(4) **(i)** DEFINIÇÃO RECURSIVA DA *sum*.

(28) **(ii)** DEMONSTRAÇÃO DA (S).

- (52) **F2.** *Aja numa maneira melhor:* (i) defina a *sum* como caso especial dum conceito mais abstrato capaz de definir todas as funções que o programador considerou nos exemplos acima; (ii) enuncie claramente o teorema que precisas demonstrar para ganhar todos esses teoremas de tal programador, de graça;<sup>3</sup> (iii) demonstre o teorema que enunciou no (ii).
- (6) DEFINIÇÃO LEGAL DA *sum*.

- (8) TEOREMA.

- (38) DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.

---

<sup>3</sup>Não esqueça incluir as hipóteses necessárias!