
Nome:

2025-07-16

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$.²
- VI. Não escreva algo que não entendes ou que não sabes explicar (será considerado como colar).
- VII. Responda dentro das caixas indicadas, em forma legível.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- X. Provas violando as restrições de escolha não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(32) **K**

Desenhe o diagrama Hasse de $\mathcal{K4}$ e demonstre/refute: $\langle \mathcal{K4}; \subseteq \rangle$ é um sublattice de $\langle \wp \mathbf{4}; \subseteq \rangle$.

RESOLUÇÃO.

(32) **H**

Escolha *uma* das **H1**, **H2**.

Sejam L reticulado e $a, b, x, d \in L$.

H1. $a \leq b \implies a \vee (x \wedge b) \leq (a \wedge x) \vee b$

H2. $d \wedge (a \vee b) \geq (d \wedge a) \vee (d \wedge b)$

RESOLUÇÃO DA _____ .

(64) **I**

Definições. Sejam L reticulado e I subconjunto habitado de L .

I o-ideal $\stackrel{\text{def}}{\iff} I$ fechado para baixo e $(\vee)$ -fechado;

I a-ideal $\stackrel{\text{def}}{\iff} (\forall x \in L) (\forall i \in I) [x \wedge i \in I]$.

Sejam L reticulado e I subconjunto habitado de L .

(8) **I1.** I o-ideal $\iff I$ a-ideal.

DEMONSTRAÇÃO.

(8) **I2.** Defina o conceito dual de ideal (chamamos de filtro).

DEFINIÇÃO.

(16) **I3.** Seja J ideal de L .

J ideal primo $\iff L \setminus J$ filtro.

RESPOSTA.

Sejam $\varphi : L \rightarrow M$ homomorfismo de reticulados.

(16) **I4.** φ reflete os ideais.

RESPOSTA.

(16) **I5.** Se φ _____ jetivo, então φ preserve os ideais.

RESPOSTA.

Só isso mesmo.

RASCUNHO