

---

Nome:

---

2024-04-05

### Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$ .<sup>2</sup>
- VI. Responda dentro das caixas indicadas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- VIII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- IX. Provas violando as restrições de escolha não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

*Boas provas!*

---

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(14) **A**

*Escolha um dos **A1**, **A2**.*

(8) **A1.** Seja  $\mathcal{G}$  grupo. Demonstre:  $(\forall a, c) (\exists! t)[at = c]$ .

(14) **A2.** Seja  $(*) : \alpha \times \alpha \rightarrow \alpha$  operação binária, associativa e com identidade  $e$ .

Demonstre que  $(\uparrow_L) = (\uparrow_R)$ , onde  $(\uparrow_L), (\uparrow_R) : \alpha \times \mathbb{N} \rightarrow \alpha$  definidas recursivamente pelas:

$$\begin{array}{ll} a \uparrow_L 0 = e & a \uparrow_R 0 = e \\ a \uparrow_L (n + 1) = (a \uparrow_L n) * a & a \uparrow_R (n + 1) = a * (a \uparrow_R n). \end{array}$$

DEMONSTRAÇÃO DE \_\_\_\_\_ .

(14) **B**

*Escolha um dos **B1**, **B2**.*

(8) **B1.** Seja  $\mathcal{G}$  grupo. Sejam  $H_1, H_2$  subgrupos de  $\mathcal{G}$ . Demonstre:  $H_1 \cap H_2 \leq \mathcal{G}$ .

(14) **B2.** Seja  $\mathcal{G}$  grupo. Seja  $\mathcal{H}$  uma família de subgrupos de  $\mathcal{G}$ .<sup>3</sup> Demonstre:  $\bigcap \mathcal{H} \leq \mathcal{G}$ .

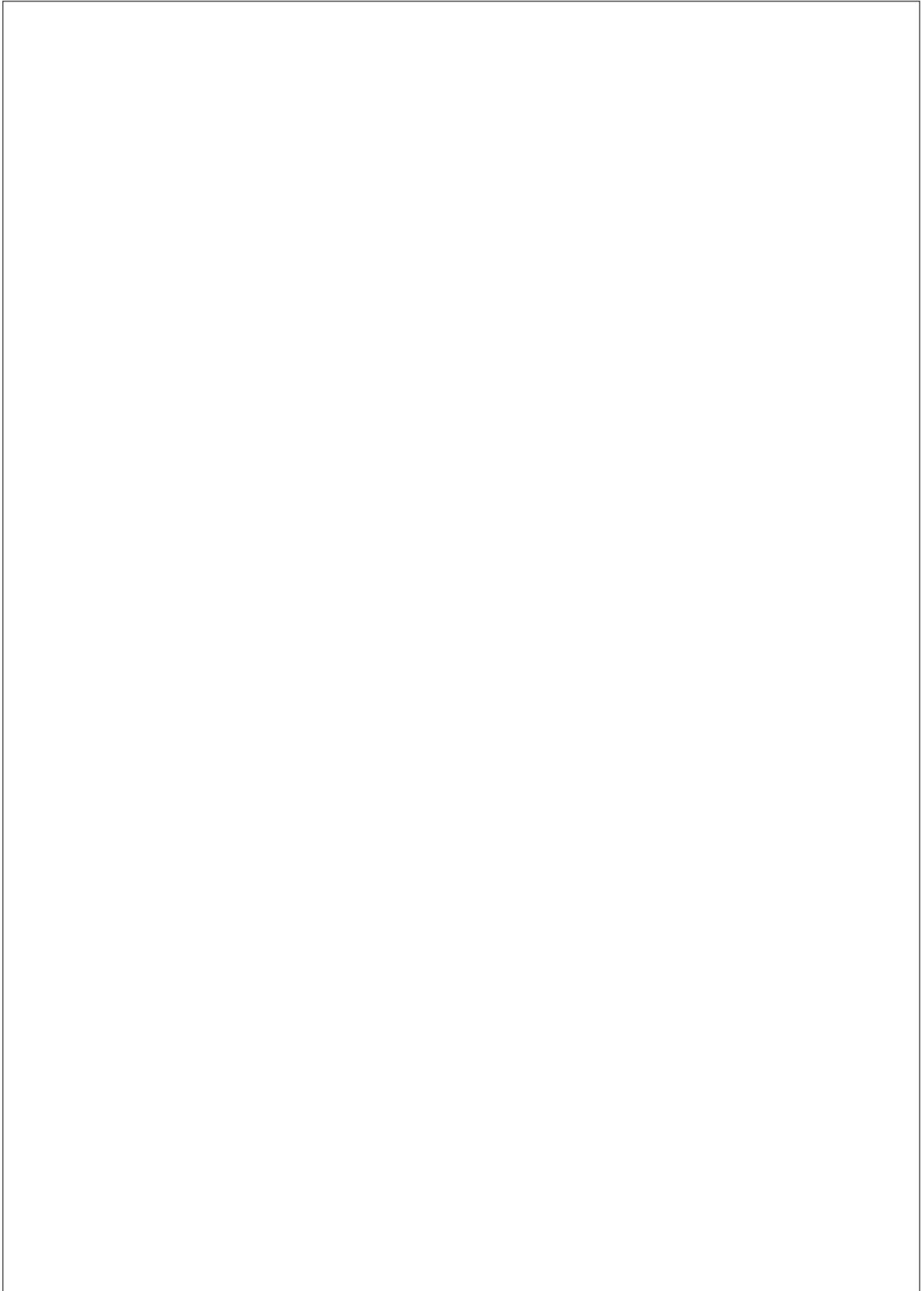
DEMONSTRAÇÃO DE \_\_\_\_\_ .

Só isso mesmo.

---

<sup>3</sup>Considere que o tipo dos membros de  $\mathcal{H}$  é Set  $\mathcal{G}$ .

## LEMMATA



## RASCUNHO