(21) **C** *Escolha exatamente* **um** *dos C1, C2, C3, C4, C5*

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0,1) =_c (0,1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA C3 .

Sejam $f : (\mathbb{N} \to \mathbb{R}) \twoheadrightarrowtail \mathbb{R}$, $r : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$:

$f r = r(n)$

quem é?

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True?
DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

(21) **E**

Demonstre: f épica $\implies$ f sobrejetiva.
DEMONSTRAÇÃO.

(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \;\&\; \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x \leq n \leq y\,] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \;\&\; \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x < n < y\,]\,.$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile})$, $(\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.
RESPOSTA.

$\mathbb{R}/(\ddot{\smile}) = \mathbb{R}_{\mathbb{Z}}$

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.
REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

(21) **C** *Escolha exatamente* **um** *dos C1, C2, C3, C4, C5*

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0,1) =_c (0,1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

Resposta para ______ .

seja $f : (\mathbb{N} \to \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ a função definida pela
$f h \stackrel{\text{def}}{=} tgt(h)$ type error! retornou um conjunto.
seja $g : \mathbb{R} \longrightarrow (\mathbb{N} \to \mathbb{R})$ a função definida pela
$g r \stackrel{\text{def}}{=} \lambda n . r : (\mathbb{N} \to \mathbb{R})$ ✓

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \stackrel{e}{=} g \stackrel{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \stackrel{o}{=} g \stackrel{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\stackrel{e}{=} \diamond \stackrel{o}{=})$ é a relação trivial True?
Demonstração/refutação.

sejam $f, g : (\mathbb{N} \to \mathbb{N})$
$\boxed{(\Rightarrow)}$ suponha f true g. ← Já sabemos disso!
seja $n \in \mathbb{N}$.
seja $k \in \mathbb{N}$ t.q. $n = 2k$
temos $f(2k) = g(2k)$.
seja $q \in \mathbb{N}$ t.q. $n = 2q+1$

Como assim?!

(21) **E**

Demonstre: f épica $\implies$ f sobrejetiva.

DEMONSTRAÇÃO.

faria sentido começar assim se fosse a $(\Leftarrow)$.

sejam $f: A \longrightarrow B$ ~~e g, h: B → C~~.
suponha f é R-cancelável.
seja $b \in B$.
Logo, temos $g(b), h(b) \in C$.

(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \;\&\; \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x \leq n \leq y\,] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \;\&\; \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x < n < y\,].$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile})$, $(\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.

RESPOSTA.

A ~~x~~ $(\ddot{\frown})$ é relação de equivalência.
O conjunto quociente é o $\mathbb{R}/[0,1]$

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.

REFUTAÇÃO.

Vou demonstrar que a $x \ddot{\smile} y$ não é relação de equivalência.
Reflexividade. Tome $x \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}}$. Logo $x \leq x$ e $(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})[x \leq n \leq x]$.
Testemunha x!

Só isso mesmo.

(21) C

Escolha exatamente **um** *dos* ***C1****,* ***C2****,* ***C3****,* ***C4****,* ***C5***

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;

(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;

(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;

(21) **C4.** $(0,1) =_c (0,1]$;

(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.

Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA C1 .

quem é?

tá ligado que esse é um singleton (incomilável até), né?

Seja $g : A \to B$.

Seja $f : (A \to B) \to \wp(A \times B)$, definida pela $f(\underline{g\,A}) = \{(A, g\,A)\}$.

type error!

(12) D

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True?

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

(21) **E** f épica $\overset{\text{def}}{\iff}$ f é R-cancelável $\iff g \circ f = h \circ f \implies g = h$

Demonstre: f épica $\implies$ f sobrejetiva.
DEMONSTRAÇÃO.

(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \ \&\ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})[\,x \leq n \leq y\,] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \ \&\ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})[\,x < n < y\,].$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile})$, $(\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.
RESPOSTA.

o conjunto quociente de quem??

Será formado apenas por singletons.

Quais? (Mas não.)

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.
REFUTAÇÃO.

$\smile$ não é reflexiva. Ninguém perguntou sobre a $(\smile)$.
Tome o 5.
Temos $5 \leq 5$.
Logo $5 \leq 5 \leq 5$ existe. ← Essa frase não faz sentido

Só isso mesmo.

(21) **C** *Escolha exatamente* **um** *dos* ***C1****,* ***C2****,* ***C3****,* ***C4****,* ***C5***

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0, 1) =_c (0, 1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA C3 .

X qual o papel disso?!

Seja f definida pela: $\boxed{\text{Seja } g\,(\mathbb{N} \to \mathbb{R})}$.
$f(g) = \bigcup \mathrm{Dom}\, g$. → type errors (2).
f é injetiva.
Seja R definida pela: Seja $x \in \mathbb{R}$. $x = 0{,}a_1a_2a_3a_4\ldots$

repr. não única!
repr. em qual base?
"…"?

$Rx = (\{10^{a_1} \times 10^{a_2} \times 10^{a_3} \ldots\ldots\} \to x)$ → type error e tem função não-bem-definida.
R é injetiva
Por Cantor-Schröder-Bernstein: $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$.

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

o alvo aqui não é um $(\Leftrightarrow)$!

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True?
DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$(\Leftarrow)$ Sejam f, g t.q. $f(\mathrm{True})g$.
Seja $h : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ t.q. $f \overset{e}{=} h$ & $h \overset{o}{=} g$.
Logo $f(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})g$.

$\boxed{(\Rightarrow)}$ Sejam f, g t.q. $f(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})g$.
Logo $f(\mathrm{True})g$.

Qual existencial dado tá sendo utilizado aqui?

(21) **E**

Demonstre: f épica $\implies$ f sobrejetiva.
DEMONSTRAÇÃO.

Supondo f épica
[illegible]

(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \;\&\; \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x \leq n \leq y\,] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \;\&\; \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x < n < y\,].$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile})$, $(\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.
RESPOSTA.

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.
REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

(21) **C** *Escolha exatamente um dos C1, C2, C3, C4, C5*

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$; → graph
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0,1) =_c (0,1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

Resposta para C4.

$(0,1] =_c (0,1)$ Seja $P = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{se } x \in P \\ x & \text{c.c} \end{cases}$$

✓

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True? → Relaciona todo mundo com todo mundo.
Demonstração/refutação.

$f\,(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})\,g \iff (\exists h)\,[f \overset{e}{=} h \;\&\; h \overset{o}{=} g]$
ou seja, $f(2n) = h(2n)$ & $h(2k+1) = g(2k+1)$
Defina $h(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } x \text{ par} \\ g(x), & \text{se } x \text{ impar} \end{cases}$ para todo $x \in \mathbb{N}$ ✓
temos que é uma relação trivial true
pois os naturais são todos ou impar ou par
Logo ou $h = f$ ou $h = g$. ✗

por que? considere: $f = \lambda x\, 0$
$g = \lambda x\, 1$
$h = \lambda x.(x \bmod 2)$

(21) **C**

Escolha exatamente um dos C1, C2, C3, C4, C5

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0, 1) =_c (0, 1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.
RESPOSTA PARA C2.

$f : (\mathbb{N} \to \mathbb{N}) \rightarrowtail \wp\mathbb{N}$ $\qquad$ $g : \wp\mathbb{N} \rightarrowtail (\mathbb{N} \to \mathbb{N})$.

$f(\lambda x . x) = \{x\}$. $\qquad$ $g\{x\} = \lambda x . x + 1$.

isso não faz sentido, ainda menos se pensar que te dá acesso a tal x que tu usou no lado direito

Nem isso! Tua g mandou o conjunto dos ímpares para qual função?

Tua f mandou a $\lambda x . x^2 + 7$ para qual conjunto de naturais?

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \stackrel{e}{=} g \stackrel{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \stackrel{o}{=} g \stackrel{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\stackrel{e}{=} \diamond \stackrel{o}{=})$ é a relação trivial True?
DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

$f (\stackrel{e}{=} \diamond \stackrel{o}{=}) g \to \exists h \; f \stackrel{e}{=} h$ e $h \stackrel{o}{=} g$

$f(2x) = m(2x)$ e $m(2x+1) = n(2k+1)$.

(21) **E**

f é R-cancelável
i.e. $g \circ f = h \circ f \Rightarrow g = h$.

Demonstre: f épica $\Longrightarrow$ f sobrejetiva.

DEMONSTRAÇÃO.

Seja $f : A \to B$
Sup. f épica. [I]
Seja $b \in B$.
Sejo $h, g : B \to \{\star\}$ definidas pelas
$h\, b = \star$ e $g\, b = \star$ (compila mas não tem como ajudar um singleton aqui.)
Vou mostrar que $h \circ f = g \circ f$
seja $a \in A$
calculemos:
$(h \circ f)\, a = h(f\, a)$ [def. ∘]
$= \star$ [def. h]
$(g \circ f)\, a = g(f\, a)$ [def. ∘]
$= \star$ [def. g]

Como $(h \circ f) = (g \circ f)$, logo $h = f$ [pelo I].
Vou demonstrar que $f\, a = b$.
calculemos:
$g(f\, a) = \star$, [def. g]
$h(b) = \star$ [def. h].
Como $g(f\, a) = h(b)$, logo $f\, a = b$ [$h = g$].

len "hi" = 2
len "ei" = 2
"hi" = "ei" ??

Teu a foi arbitrário. Se tivesse como mostrar $f a = b$, f só poderia ser a constante $\lambda x.b$.

(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \le y \ \&\ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[x \le n \le y] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \le y \ \&\ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[x < n < y]\,.$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile}), (\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.

RESPOSTA.

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.

REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

(21) **C** *Escolha exatamente um dos C1, C2, C3, C4, C5*

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;

(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;

(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;

(21) **C4.** $(0,1) =_c (0,1]$;

(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.

Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA C4 .

Seja $f : (0,1) \to (0,1]$ tal que para todo $x \in (0,1)$ temos que $f x = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x = 1 \\ (\frac{x}{3})^2, & x < \frac{1}{3} \\ (\frac{x}{3})^{\frac{1}{3}}, & cc. \end{cases}$

Testemunho f.

não consigo ler nenhum símbolo desses exceto os: 1, (,), x, ÷.

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \stackrel{e}{=} g \stackrel{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \stackrel{o}{=} g \stackrel{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\stackrel{e}{=} \diamond \stackrel{o}{=})$ é a relação trivial True?

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

(21) **E**

Demonstre: f épica $\implies$ f sobrejetiva.

DEMONSTRAÇÃO.

Sejam A, B conjuntos.

Seja $f : A \to B$ tal que é épica.

Seja $b \in B$.

(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \ \&\ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x \leq n \leq y\,] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \ \&\ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x < n < y\,].$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile}), (\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.

RESPOSTA.

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.

REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

(21) **C** *Escolha exatamente **um** dos C1, C2, C3, C4, C5*

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0, 1) =_c (0, 1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA C4.

Seja $C = \{1, 1/2, 1/4, 1/8 \cdots\}$.
Seja $f : (0, 1) \rightarrowtail\!\!\!\twoheadrightarrow (0, 1]$.

$$f x = \begin{cases} 2x, & x \in P \\ x, & c.c \end{cases}$$

Quem é P? C?

✓

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \stackrel{e}{=} g \stackrel{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \stackrel{o}{=} g \stackrel{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\stackrel{e}{=} \diamond \stackrel{o}{=})$ é a relação trivial True?
DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Temo só $f \stackrel{e}{=} h$

não.

também não! $h \stackrel{o}{=} g$.

Seja $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ def. pelo:
$f = (2 \cdot)$
Seja $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ def pelo:
$g = id$
Seja $h : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ t.q. $(\forall n \in \mathbb{N})[f(2n) = h(2n)]$
& $(\forall n \in \mathbb{N})[h(2n+1) = g(2n+1)]$

esquisito definir função assim.

Temos que $f = h$ e $h = g$. ✗
logo, $h = (2 \cdot)$ e $h = id$,
logo, contradição. ✗

Para refutar o $\forall f \forall g \exists h \ldots$
tu precisa mostrar $\exists f \exists g \forall h \ldots$
Aqui tu tentou mostrar $\exists f \exists g \exists h \ldots$, que é irrelevante.

A $h\, n = \begin{cases} f\, n, & \text{caso } n \text{ par} \\ g\, n, & c.c \end{cases}$ testemunha que, na verdade, $f (\stackrel{e}{=} \diamond \stackrel{o}{=}) g$ sim!

(21) **C** *Escolha exatamente* ***um*** *dos C1, C2, C3, C4, C5*

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0,1) =_c (0,1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.
RESPOSTA PARA _____ .

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True?
DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

(21) **C** *Escolha exatamente* **um** *dos* $C1, C2, C3, C4, C5$

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0,1) =_c (0,1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA C3.

Seja $f : (\mathbb{N} \to \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ definida
pela $f\,g =$

(A idéia era desenhar o graph de g e utilizar os pares para definir a f) ☹

Por que não tentou outra?

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True?
DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

Não é um (⟺) o alvo!!

Sejam $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.

(⟹):
Sup $f(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})g$ × Não compila.
Preciso demonstrar
x True y, ou seja, True.
Imediato.

(⟸):
Sup f True g:
logo True. ??

Exatamente esse que tu quer supor é o teu alvo.

(21) **C** *Escolha exatamente um dos C1, C2, C3, C4, C5*

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0, 1) =_c (0, 1]$; ~~$\otimes$~~ $A \leq_c B$ & $B \leq_c A \Rightarrow A =_c B$
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.

Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA C4 .

$\lambda x.$ if $x \in X$ then $\frac{x}{2}$ else $x : (0,1) \rightarrowtail (0,1]$
where $X = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \ldots\}$

✓

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True?

DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

(21) **E**

Demonstre: f épica $\implies$ f sobrejetiva.

DEMONSTRAÇÃO.

Suponha f épica.

Seja $a \in A$. ← quem se importa com habitantes do A aqui? Teu alvo: $(\forall b \in B)(\dots]$

Temos a constante $K_D : A \to D$, $K_D\, a = d$.

Temos $Id_A : A \to A$.

(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \;\&\; \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x \leq n \leq y\,] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \;\&\; \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\,x < n < y\,].$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile}), (\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.

RESPOSTA.

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.

REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

(21) **C** *Escolha exatamente um dos C1, C2, C3, C4, C5*

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0,1) =_c (0,1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA C4.

$$f\,x = \begin{cases} 2x & \text{caso } x \in P \\ x & \text{c.c} \end{cases} \qquad P = \{ \tfrac{1}{2^n} \mid n \in \mathbb{N}_{\geq 1} \}$$

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True?
DEMONSTRAÇÃO/~~REFUTAÇÃO~~.

DEMONSTRAÇÃO
Sejam f, g funções.
Seja h a função definida pela
$$h\,x = \begin{cases} f\,x & \text{caso } x \text{ par} \\ g\,x & \text{caso } x \text{ ímpar} \end{cases}$$
Temos que $f \overset{e}{=} h$ e $h \overset{o}{=} g$.
Logo $f\,(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})\,g$. ☒

(21) **E**

Demonstre: f épica $\implies$ f sobrejetiva.

Demonstração.

comesando assim teu alvo vira $(\exists t \in A)[\, f\, t = y \,]$.

($\Rightarrow$)

Seja $y \in \mathrm{cod}\, f$.

Logo $\mathrm{dom}\, f$ hab. NÃO! $\emptyset : \emptyset \to 1$

Seja $a \in \mathrm{dom}\, f$. Seja h a função definida pela: tipagem!

$$h\, b = \begin{cases} b & \text{se } b \in \mathrm{Im}\, f \\ f(a) & \text{c.c} \end{cases}$$

Vou demonstrar que $h \circ f = \mathrm{Id} \circ f$:

Seja $x \in \mathrm{dom}\, f$. Temos $f\, x \in \mathrm{Im}\, f$ ✓

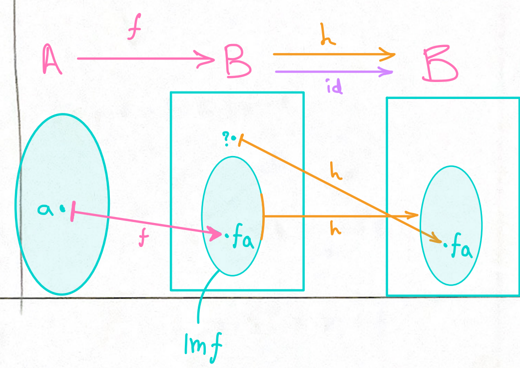
Logo $(h \circ f)\, x = f\, x = (\mathrm{Id} \circ f)\, x$ ✓

Logo $h = \mathrm{Id}$. [f épica] ✓

Temos $(\forall b)[\, h\, b \in \mathrm{Im}\, f \,]$ ✓

Logo $(\forall b)[\, b \in \mathrm{Im}\, f \,]$. [$h = \mathrm{Id}$] ✓

Logo f sobrejetiva ✓ $\blacksquare$



(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \ \& \ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\, x \leq n \leq y \,] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \ \& \ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})\,[\, x < n < y \,].$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile}), (\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.

Resposta.

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.

Refutação.

Só isso mesmo.

(21) **C** *Escolha exatamente* ***um*** *dos* ***C1,C2,C3,C4,C5***

(9) **C1.** $(A \to B) \leq_c \wp(A \times B)$;
(15) **C2.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) =_c \wp\mathbb{N}$;
(21) **C3.** $(\mathbb{N} \to \mathbb{R}) =_c \mathbb{R}$;
(21) **C4.** $(0, 1) =_c (0, 1]$;
(21) **C5.** $\mathbb{R}_{\geq 0} =_c \mathbb{R}$.

Restrições: para os **C4** e **C5** não podes utilizar o Cantor–Schröder–Bernstein; precisas definir mesmo uma bijeção.
Não precisa demonstrar que tuas funções são realmente injetivas/sobrejetivas/bijetivas; apenas defini-las.

RESPOSTA PARA c3 .

Seja f : R → (N → R) definida por λx. λn. x ✓
Seja g : (N → R) → R definida por λk. k0 ✗
fog é bijetiva. ✗ ?? (importa?)

(12) **D**

Sejam as relações seguintes no $(\mathbb{N} \to \mathbb{N})$:

$$f \overset{e}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2n) = g(2n) \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$
$$f \overset{o}{=} g \overset{\text{def}}{\iff} f(2k+1) = g(2k+1) \text{ para todo } k \in \mathbb{N}.$$

A relação $(\overset{e}{=} \diamond \overset{o}{=})$ é a relação trivial True?
DEMONSTRAÇÃO/REFUTAÇÃO.

(21) **E**

Demonstre: f épica $\implies$ f sobrejetiva.

DEMONSTRAÇÃO.

```
Seja f : A → B uma função épica.
Seja b ∈ B

como f é R-cancelável, seja g B → A t.q. gof = id.
uso g b como testemunha.
calculamos:
f(g b) = gof b
= id b
= b.
Q.E.D.
```

pra isso tu precisaria R-invertível (split epi)

(18) **F**

No conjunto $\mathbb{R}$ sejam as relações definidas pelas:

$$x \smile y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \ \& \ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})[\,x \leq n \leq y\,] \qquad x \frown y \overset{\text{def}}{\iff} x \leq y \ \& \ \neg(\exists n \in \mathbb{R}_{\mathbb{Z}})[\,x < n < y\,].$$

Sejam $(\ddot{\smile})$ o fecho reflexivo-simétrico da $(\smile)$, e $(\ddot{\frown})$ o fecho simétrico da $(\frown)$.
Uma das $(\ddot{\smile}), (\ddot{\frown})$ é relação de equivalência, a outra não é.

(12) **F1.** Para aquela que é, descreva seu conjunto quociente.

RESPOSTA.

(6) **F2.** Para aquela que não é, refute.

REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.