

---

Nome:

---

2022-07-20

### Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).<sup>1</sup>
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V.  $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2})]$ .<sup>2</sup>
- VI. Responda dentro das caixas indicadas.
- VII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- VIII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
- IX. Os pontos bônus podem ser usados para aumentar uma nota de qualquer unidade, dado que a nota original é pelo menos 5,0.<sup>3</sup>

*Boas provas!*

---

<sup>1</sup>Ou seja, *desligue antes* da prova.

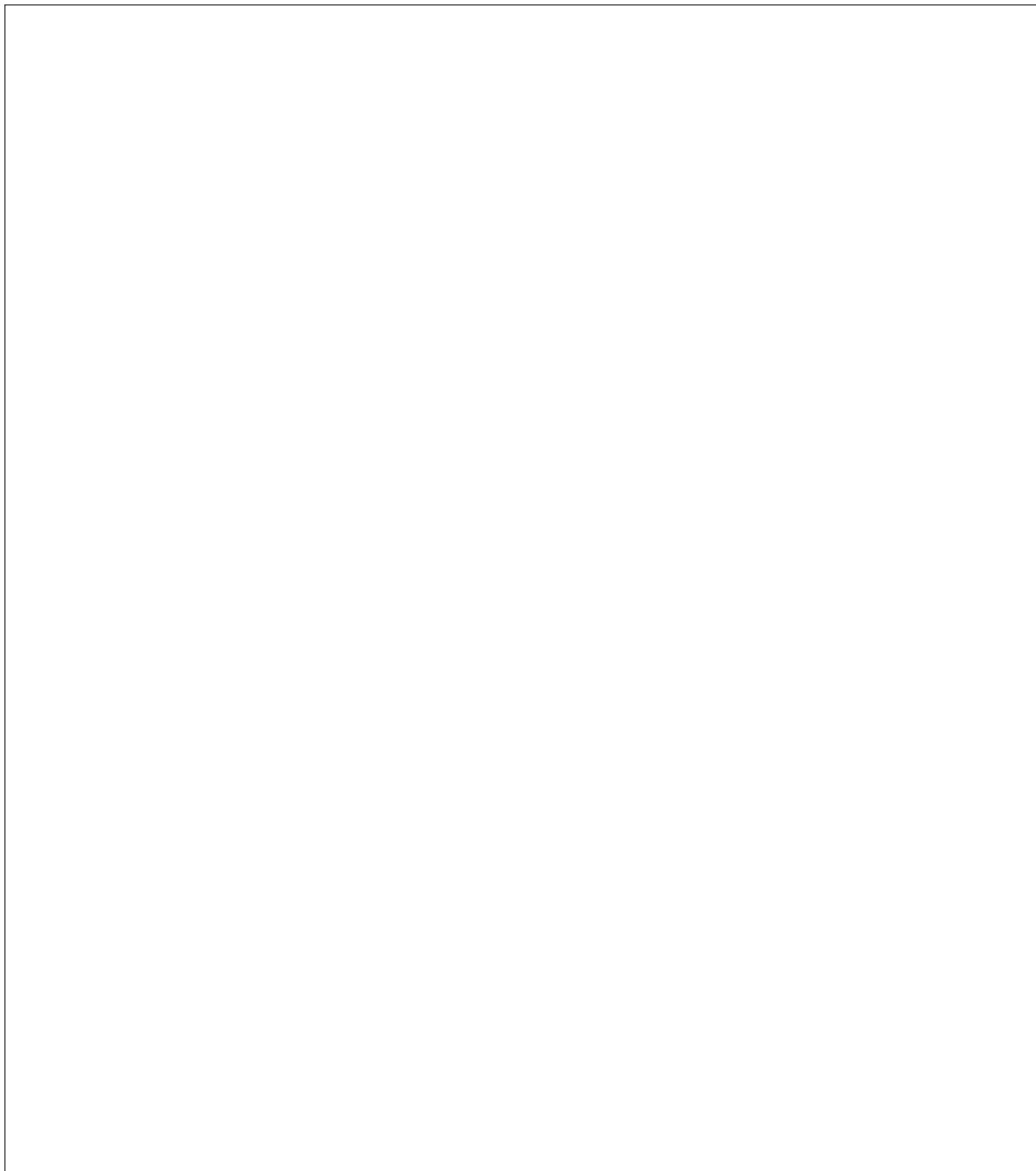
<sup>2</sup>Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

<sup>3</sup>Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

(72) **K**

(72) Sejam grupos  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  e homomorfismo  $\varphi : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ . Demonstre que o  $\ker \varphi \stackrel{\text{def}}{=} \{ a \in \mathcal{A} \mid \varphi a = e_B \}$  é um subgrupo normal do  $\mathcal{A}$ .

DEMONSTRAÇÃO.



(28) **L**

Seja  $\mathcal{L} = \langle \mathcal{L} ; \vee, \wedge \rangle$  um *lattice*, ou seja:

$$\begin{array}{l} \text{associatividade} \\ \text{idempotência} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c \\ a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c \\ a \vee a = a \\ a \wedge a = a \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} a \vee b = b \vee a \\ a \wedge b = b \wedge a \\ a \vee (a \wedge b) = a \\ a \wedge (a \vee b) = a \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{comutatividade} \\ \text{absorção} \end{array}$$

(14) **L1.** Demonstre que:

$$a \vee b = b \iff a \wedge b = a.$$

DEMONSTRAÇÃO.

(14) **L2.** Demonstre que podemos inferir as leis (Idem1)–(Idem2) pelas outras.

*Dica: Custa 6 pontos.  $a \vee (a \wedge (a \vee a))$*

DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.

## RASCUNHO