FMC2, 2020.6

Professor: Thanos

Problem Set 1.2

(points: 20; deadline: 20/10/2020, 23h59)

Problema 1.
No Problem Set 1.1 descubrimos que, em geral,

$$\bigcup_i (A_i \times B_i) \neq \bigcup_i A_i \times \bigcup_i B_i$$

pois, mesmo que a direcção '$\subseteq$' é sempre válida, conseguimos contraexemplos para a '$\supseteq$'. O que acontece nessa proposição se trocar os produtos por coprodutos?:

$$\bigcup_i (A_i \amalg B_i) \stackrel{?}{=} \bigcup_i A_i \amalg \bigcup_i B_i$$

Problema 2.
(i) Defina a funcção $\lambda x\,.\,(x+1)^2 x : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ num estilo point-free: como composição de funcções sem usar λ-notação.

(ii) Sejam $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$. Demonstre ou refute: $gf : A \twoheadrightarrow C$.

Problema 3.
Sejam A conjunto e $<$ uma relação binária sobre A. Dizemos que $<$ *não possui cadeias descendentes infinitas* (c.d.i.) sse não existe seqüência $(a_n)_n$ de membros de A tal que:

$$\cdots < a_2 < a_1 < a_0.$$

Dizemos que $<$ é *bem-fundada* se cada conjunto não vazio $X \subseteq A$ possui membro m tal que nenhum $x \in X$ satisfaz $x < m$. (Tal m é chamado *$<$-minimal*.)

Considere a afirmação:

$$< \text{não possui c.d.i.} \iff < \text{é bem-fundada}$$

Escolhe uma das direções para demonstrar ou refutar em detalhe. Escreva curtamente um esboço para demonstrar ou refutar a outra direcção.

Problema 4.
Sejam A conjunto e R uma relação binária sobre A. Demonstre ou refute: R é uma relação de equivalência sse R é reflexiva e circular.