

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

~~somente 0~~  
0, pois  $0 \cdot k = 0$  para qualquer  $k \in \mathbb{Z}$ .

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Any qualquer número, pois para qualquer inteiro  $x$ ,  $x \cdot 0 = 0$ .

C  $\forall x$

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$\forall x [\alpha(1, x) = x + 2]$$

Por indução!

$$\text{Base: } [x=0]$$

~~$\alpha(0, 0) = 0 + 1$~~

$$\alpha(1, 0) = \alpha(0, 1)$$

$$= 1 + 1$$

[K2]

[~~& K1~~]

$$= 2$$



como  $x=0$ , a base está concluída.

Passo indutivo:

Seja  $k$  natural tal que  $\alpha(1, k) = k + 2$ . Queremos demonstrar

que  $\alpha(1, k+1) = k+3+2$ .

Calculamos:

$$\alpha(1, k+1) = \alpha(0, \alpha(1, k)) \quad [\text{K3}]$$

$$= \alpha(0, k+2)$$

[Hipótese indutiva]

$$= \cancel{\alpha(0, k+2)} + 1 \quad [\text{K1}]$$

[pela comutatividade da +]

$$= k+3+2$$



B3) Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

FALCOU A DEMONSTRAÇÃO SOBRE  $\emptyset$  ← sim, poderia citar o B1 aqui.

Apenas o 0. Suponha um  $x \neq 0$  tal que  $0/x$ , então existe  $k \in \mathbb{Z}$  ( $k \cdot 0 = x$ ).

Mas ~~(todo número multiplo)~~  $\forall n (n \cdot 0 = 0)$ , e  $x \neq 0$  Por contradição, isso não poderia ser.

Quais (se tem) números são divisores de 0?

evite enunciado, parece fatorial.

Todo inteiro divide 0. Seja um  $x$  inteiro. Considere o produto  $x \cdot 0 = 0$ . Como  $0 \in \mathbb{Z}$ ,  $x|0$  fala Def. 1 ✓

C NÃO CORRIGE

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

Demonstrar  $(\forall x \in \mathbb{N}) [\alpha(1, x) = x + 2]$ . Por indução forte em  $x$  tenteus: ✓

Base ( $k=0$ ): calculamos:  $\alpha(1, 0) = \alpha(0, 1)$  [K2]

$$= (0) 1 + 1 \quad [\text{K1}]$$

$$= 0 + 2 \quad [\text{aritmética}] \checkmark$$

Passo Indutivo: ~~(toda k ∈ N tal que α(1, k) = k+2 (hipótese induitiva))~~

Devo mostrar  $(\forall k \in \mathbb{N}) [\alpha(1, k) = k+2 \Rightarrow \alpha(1, k+1) = k+1+2]$  ~~(calculando)~~

~~(α(1, k+1))~~ ✓

Suponha  $k \in \mathbb{N}$  tal que  $\alpha(1, k) = k+2$  (Hipótese Indutiva). Calculamos:

$$\alpha(1, k+1) = \alpha(0, \alpha(1, k)) \quad [\text{K3}]$$

$$= \alpha(0, k+2) \quad [\text{H.I.}]$$

$$= k+2+1 \quad [\text{K1}]$$

✓

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Somente o próprio 0, pois  $0 \cdot x = 0 \quad \forall x \in \mathbb{Z}$ .

Não misture com texto.

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Responda! esse é seu zíro.

$\forall y \in \mathbb{Z}, y|0$ . Pois  $y \cdot 0 = 0$ .

Não jogue fórmulas no texto.

C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO. o caso? que caso?

Vamos provar que o caso é válido para  $x=0$ .

$$\begin{aligned} \alpha(1, 0) &= \alpha(0, 1) && [\text{(K2)}] \\ &= 1 + 1 && [\text{(K1)}] \\ &= 2 \\ &= 0 + 2 \end{aligned}$$

Portanto, a propriedade é válida para  $x=0$ .

Agora vamos supor a propriedade válida para  $x=k$ , i.e.,  $\alpha(1, k) = k+2$ .

Vamos checar a validade de  $x=k+1$ .

$$\begin{aligned} \alpha(1, k+1) &= \alpha(0, \underline{\alpha(1, k)}) \text{ utilizando I temos} \\ &= \alpha(0, k+2) \\ &= k+2+1 \\ &= (k+1)+2. \end{aligned}$$

Logo, a propriedade vale para  $x=k+1$ .

e  $\alpha(1, x) = x+2$ ,  $\forall x \in \mathbb{N}$

Mencione indução.

(II)  
Cuidado.  
Essa forma  
de escrever  
indução é  
muito comum  
mas não faz  
sentido.  
 $k$  nunca foi  
declarado.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Somente o próprio 0, pois  $(\forall m \in \mathbb{Z})$  para todo  $x$  pertencente ao conjunto dos inteiros, temos  $0x = 0$ . interno ✓

Quais (se tem) números são divisores de 0? Ficará mais claro comenta supondo que  $x \in \mathbb{Z}$  t.q.  $0|x$ .

Todos os números. Substitua tudo isso por um "Pois".

$(\forall m \in \mathbb{Z})(\exists x \in \mathbb{Z})[m|x]$ ; tomado  $x=0$ , temos que  $m.0=0$  para todo  $m$ .

FACTO A DEFINIÇÃO NOVAMENTE USADA, SÓ ISSO MESMO.

C Só ok.

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (K1)$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (K2)$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (K3)$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

Tome  $m = 0$ .

Por indução no  $x$ !!!

$$\begin{aligned} \text{Base: } \alpha(0+1, 0) &= \alpha(1, 0) \\ &= \alpha(0, 1) \quad [\text{pelo K2}] \\ &= 1 + 1 \quad [\text{pelo K1}] \\ &= 2 = 0 + 2. \end{aligned}$$

P.I.: Seja  $K$  t.q.  $\alpha(1, K) = K + 2$  [Hipótese Indutiva]  $\Rightarrow$  [H.I.]  
Calculemos:

$$\alpha(1, K+1) = \alpha(0, \alpha(1, K)) \quad [\text{pelo K3}]$$

$$= \alpha(0, K+2) \quad [\text{pela H.I.}]$$

$$= (K+2) + 1 \quad [\text{pela K1}]$$

$$= (K+1) + 2 \quad [\text{ass. da adição}], \quad \blacksquare$$

↑ comut. também

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Quando divide-se um número por 0 ocorre uma indeterminação, então 0 não divide nenhum número.  
**NINGUÉM DIVIDIU NINGUÉM POR NINGUÉM**

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Todos os números dividem 0, com exceção do próprio 0. Uma vez que, qualquer  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  ao dividir 0 resultará em 0.

tá confundindo a relação | com a operação  $\div$

C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$\begin{aligned} \alpha(1, x) &= \alpha(0, \alpha(0, x)) \text{, por (K3)} \\ &= \alpha(0, x+1) \text{, por (K2)} \\ &= x+2 \text{, por (K1)} \end{aligned}$$

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Não existem números divisíveis por 0, pois, pela def. de divisibilidade, não existe um número cuja multiplicação por 0 origine outro número.  $0 \cdot 3 = ?$

Quais (se tem) números são divisores de 0?

não pergunte quantos, mas quais.

Existem infinitos divisores de 0, uma vez que, pela def. de divisibilidade, todo ~~outro~~ número multiplicado por 0 é 0.

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

?

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

?  
2

Somente 0, pois considerando um número  $p \in \mathbb{R}$  qualquer, temos:  $0.p = 0$ .

Quais (se tem) números são divisores de 0?

um número ~~inteiro~~ Qualquer número ~~inteiro~~, pois considerando ~~o~~ ~~um~~ número ~~inteiro~~ qualquer, temos  $0.q = 0$ .

C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

De demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x - 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Todo número que divide 0, só que não existe nenhum número que divide 0, portanto 0 não divide nenhum número.

✓  
B1.

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Todo número  $n \in \mathbb{Z}$ , divisões que não esse custe que  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $n \cdot q = 0$ , portanto qualquer número inteiro pode ser divisor de 0, por quê?

✓

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$\begin{aligned}\alpha(1, x) &= x + 2 \\ \alpha(x+1, 1) &= \alpha(x, 1) + 1 \\ \alpha(x+1, x+1) &= \end{aligned}$$

$$\times \quad \alpha(1, x) = x + 2$$

$$\alpha(0+2, 0) = \alpha(0, 2)$$

$$\alpha(n+2, x+2) = \alpha(n, \alpha(n+2, x))$$

X

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0? por que? tem algo especial na definição de 1? (Def. 1).

Nenhum, pois 0/0 não é definido e também para qualquer  $b$  inteiro diferente de 0, não existe  $g$  inteiro tal que  $0 \cdot g = b$ . ✓

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Todos os inteiros, pois, para qualquer  $a$  inteiro, sempre existe um  $g$  inteiro tal que  $a \cdot g = 0$ , que é  $g = 0$ . ✓

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

Considerando  $n=0$  e  $x = x-1$  → qual número  $x$  satisfaz essa equação??!!

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x))$$

$$\alpha(1, x) = \alpha(0, \alpha(0, x))$$

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Quais (se tem) números são divisores de 0?

???

Todos, pois para um  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ;  $a | k \cdot a$ .  
~~( $a \neq 0$ ) CONSEQUENTEMENTE  $a | 0 \cdot a$  e~~  
 $0 \cdot a = 0 \cdot x = 0$  PARA UM  $x \in \mathbb{Z}$  QUALQUER.

C *não dei pra entender seu texto!*

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

*quem é?*

CONSIDERE  $m = 0$ .

$$\begin{aligned} \text{TEREMOS QUE } \alpha(m+1, 0) &= \alpha(m, 1) = \alpha(0, 1) \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\alpha(1, 0) = \alpha(0, 1) = 2$$

$$\text{TAMÉM TEREMOS QUE } \alpha(1, x+1) = \alpha(0, \alpha(1, x))$$

$$\alpha(0, \alpha(1, x)) = \alpha(1, x) + 1$$

OU SEJA:

$$\alpha(1, x) = \alpha(1, x-1) + 1$$

*como assim? magia?*

???

APLICANDO RECURSIVAMENTE, TEREMOS QUE

$$\alpha(1, x) = \alpha(1, x-1) + 1 = \alpha(1, x-2) + 2 \dots = \alpha(1, x-x) + x$$

$$\text{POIS OU SEJA } \alpha(1, x) = \alpha(1, 0) + x$$

SABEMOS QUE  $\alpha(1, 0) = 2$ , LOGO.

$$\alpha(1, x) = x + 2$$

X

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Seja  $a \in \mathbb{Z}$ . Temos que  $0 \cdot a = 0$ . logo 0 divide 0. Portanto 0 é divisor de 0.

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Acabou de declarar o  $a$  como inteiro arbitrário.

Seja  $a, q \in \mathbb{Z}$ . Suponha  $q \neq 0$ . logo  $a \cdot q = 0$ . Portanto a 0. Como  $a$  é um inteiro qualquer e divide 0, então todos os inteiros são divisores de 0.

C

Teu inimigo nem a pau vai aceitar supor isso sobre o arbitrário inteiro!

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

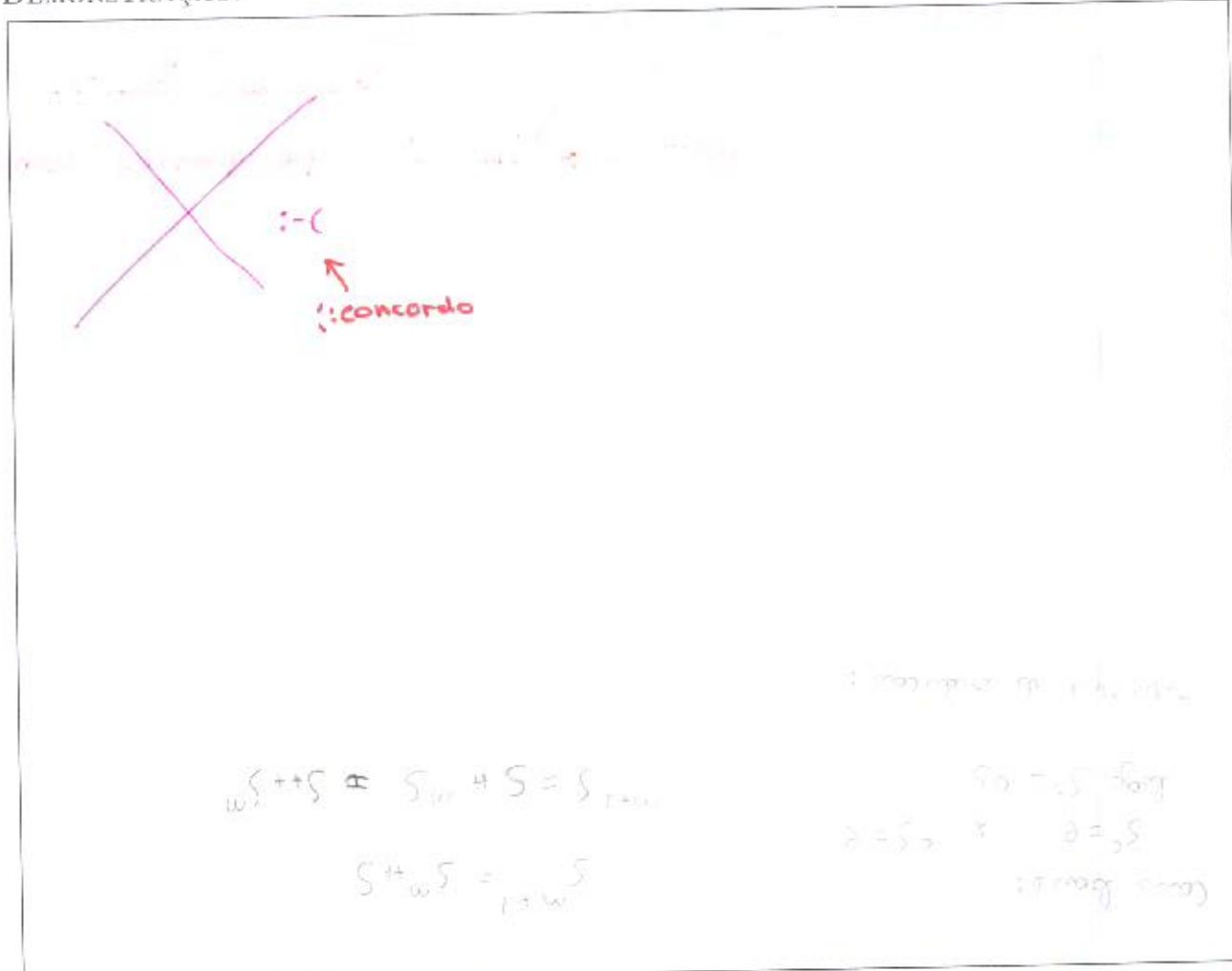
$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (K1)$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad \text{Cuidado pois a ideia foi correta mas o que foi escrito "não compilaria".} \quad (K2)$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (K3)$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.



B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Nenhum, porque não existe um  $z \in \mathbb{Z}$  tal que  $0z = 0$ ?  
SIM, aqui o zero tá dté

Quais (se tem) números são divisores de 0?  
se contradizendo,  
tendo demonstrar  
que  $(\forall n \in \mathbb{Z})[n|0]$  no BC! cuidado!

Pela definição 1, seja um  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $x|0 \Leftrightarrow (\exists t \in \mathbb{Z})[xt = 0]$ .  
Como qualquer número multiplicado por 0 é igual a zero, este regr  
pode ser aplicado a qualquer número inteiro, se  $t = 0$ .

C

~~essa declaração ficou no meio duma explicação.~~

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (K1)$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (K2)$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (K3)$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

Seja  $x \in \mathbb{N}$ .

Calculamos:  $\alpha(1, x) = \alpha(0, x+1)$  [K2]  $\rightarrow$  ~~Não basei após~~  
 $= (x+1)+1$  [K1]  $\rightarrow$  ~~af-~~  
 $= x+2$ .

Logo, a afirmação é verdadeira.

extamente

$\rightarrow$  usa prova no funcionaria  
 $\square$  se  $x=0$ , se  $x \neq 0$  falta  
concluir sim!

X

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

~~definição de zero~~  
~~existe~~

Não há números divisíveis por zero, pois não há  $q \in \mathbb{Z}$  tamanha que  $0q = x$ , sendo  $x \neq 0$ , que

Logo apenas 0 é divisível por 0.  $\checkmark$  → Faltou mostrar que 0|0.

Quais (se tem) números são divisores de 0?

(pode citar o B1.)

→ não misture formulæ com texto



Todo número é divisor de zero para  $x \in \mathbb{Z} \text{ e } q=0$ , e  $q \in \mathbb{Z}$ , a equação  $x \cdot q = 0$  é verdadeira, logo  $\forall x \in \mathbb{Z}$  a |0.  $\checkmark$

C

→ em vez de "a equação  $A=B$  é verdadeira"  
deveria escrever " $A=B$ ".

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad \text{Basta "sejá" um } a \in \mathbb{Z} \quad (K1)$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad \text{e observar que } a \cdot 0 = 0 \quad (K2)$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x))) \quad \text{e que } 0 \in \mathbb{Z} \quad (K3)$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$\alpha(1, x) = \alpha(0, \alpha(1, x-1)) = \alpha(1, x-1) + 1 = \alpha(0, x) + 1 = x + 1 + 1 = x + 2$$

Suponto que  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

→ se  $x=0$ ? cuidado!

$$\alpha(1, x) = \alpha(0, \alpha(1, x-1))$$

(Pn K3) sendo  $n=0$  e  $x=x-1$

$$\alpha(0, \alpha(1, x-1)) = \alpha(1, x-1) + 1$$

(Pn K1) sendo  $x = \alpha(1, x-1)$

→ por que seu inimigo exibiria suportar isso?

sequência  
o  
gerundio

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

\* Não temos contego de 0 conta na resposta. Caso sim, então faltou o próprio 0.  
Caso contrário, tá correto.

NENHUM.

↳ Olha no teu B1.

por que não contaria? O não é um número?

Quais (se tem) números são divisores de 0?

↳ Mesma coisa.

QUALQUER INTEIRO DIFERENTE DE 0.

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.



B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Pela def. 1, para que um número inteiro  $b$  possa ser dividido por 0, deve existir um inteiro  $q$  tal que  $0 \cdot q = b$ . Porém, todo número multiplicado por 0 é 0, logo, apenas 0 pode ser dividido por 0. ✓ DIVISÃO POR 0 NÃO É VÁLIDA

Quais (se tem) números são divisores de 0? ninguém dividida nada por zero aqui.

Pelo def. 1, temos que para que um inteiro  $a$  possa dividir 0, deve existir um número inteiro  $q$  de forma que  $a \cdot q = 0$ . Para a condição ser atendida, basta que  $q = 0$ , pois  $a \cdot 0 = 0$ . Logo, qualquer número é divisor de 0. ✓

CAMINHOS ↴ 0 0

Por que??

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  [DEFINIÇÃO]

DEMONSTRAR:  $\forall x \in \mathbb{N}, \alpha(1, x) = x + 2$

$$(1) \alpha(0, x) = x + 1$$

$$(2) \alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1)$$

$$(3) \alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x))$$

(PROPRIEDADES DA FUNÇÃO  $\alpha$ )

$$\begin{array}{c|c} 0 & a \\ \hline a & 0 \end{array}$$

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Apenas o 0. Tome  $a \in \mathbb{Z}$ . Para que  $0 | a$ , tem que existir  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $0 \cdot q = a$ . Observe que, para todos os valores de  $q$ ,  $a=0$ .

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Todos são, pois para qualquer  $a \in \mathbb{Z}$

*Isso aqui ficou entronho. Tente sempre escrever a lógica toda, mesmo que seja repetitivo.*

C ficou incompleto.

*Provavelmente esqueceu de terminar.*

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$0 \cdot q = a$$

um objeto não pode implicar nada.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Quem é k? Sim, e também: quem é a? quem é b?

$\frac{b}{a} \Rightarrow k \cdot a = b$ . Se  $a=0$ , não existe nenhum  $k$  que satisfaça (i).  
Se  $b \neq 0$ , qualquer valor de  $k$  satisfaaz (i).  
Se  $a=0$  e  $b=0$ , qualquer valor de  $k$  satisfaaz (i).

Quais (se tem) números são divisores de 0?

???

$\frac{b}{a} \Rightarrow k \cdot a = b$ . Se  $b=0$ , não existe um  $k$  único que satisfaça (i).  
Portanto, qualquer valor de  $k$  é válido.  
não faz sentido.

C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO. *escrito erroneamente.*

Demonstrar que  $x \in \mathbb{N}$   $\alpha(1, x) = x + 2$ .

O 1º argumento da função  $\alpha$  é fixo e igual a 1,

logo:  $n+1 = 1 \Rightarrow n = 0$ .

Provando por indução:

estranho.

$$x=0: \alpha(1, 0) = \alpha(0, 1) = 2 = 0+2$$

$$= \alpha(0, \alpha(0, \alpha(1, 0))) = \dots$$

$$x=k: \alpha(1, k+1) = \alpha(0, \alpha(1, k))$$

$$= \alpha(0, \alpha(0, \alpha(1, k))) \text{ logo}$$

X

Quem é?

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

**Português!!**

Tome  $a \in \mathbb{Z}$   $\exists x \in \mathbb{Z} \forall a \cdot x = 0$ , isso não é possível se  $a = 0$ .  
 Logo 0 é o único número divisível por 0.

Isso não é que a é divisível por 0, mas que 0 é divisível por a.  
 Se  $x = 0$ ?  $\checkmark$

Quais (se tem) números são divisores de 0?

$\times$

Tome ~~( $a \neq 0$ )~~  $b \in \mathbb{Z}$

$\times$

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

(~~Res~~) O próprio zero  $\rightarrow 0 = m \cdot 0$  onde  $m \in \mathbb{Z}$

zero div. de zero?  $\leftarrow$  SIM.

Quais (se tem) números são divisores de 0?

(Qualquer número)  $\rightarrow 0 = 0 \cdot k$  onde  $k \in \mathbb{Z}$

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Não existem números divisíveis por 0, pela definição de divisão, um número  $x$  é dividido por  $(\cancel{0})$  se e só se existe um número  $y$ , se e somente se existe um  $k \in \mathbb{Z}$  que multiplicado por  $y$  será igual a  $x$ . Como qualquer número multiplicado por 0 é igual a 0. Quais (se tem) números são divisores de 0? então não existe números divisíveis por 0.

B1. !

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$\alpha(1, x) = x + 2$$

$$\alpha(2, 0) = \alpha(0, 1)$$

$$\alpha(2, x + 1) = \alpha(0, \alpha(1, x + 1))$$

$$\alpha(2, x + 2) = \alpha(0, \alpha(1, x + 2))$$

$$= \alpha(1, x + 3)$$

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0? *seria?*

~~$0 \cdot q = 0$  portanto não é possível determinar qual número seria um único q válido. apenas o seria divisível por 0 mas  $0 \nmid K$  seja K qualquer~~

Quais (se tem) números são divisores de 0?

*não é válido*

*por que?*

*seja?*

Seja  $q \in \mathbb{Z}$ , *qualquer* número divide 0, *ordem!*  $q \cdot 0 = 0$ .

*Logo*

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$0/a \rightarrow 0 \cdot k = a$$

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Considera  $a, k \in \mathbb{R}$ .  $0/a$  se  $0 \cdot k = a$   
Para qualquer  $k$  adotado. Temos  $0 = a$   
não entendi a reporta.

A função de divisão não  
é definida em 0.  
Ninguém falou algo sobre  
a divisão.

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Todos os números são  
divisores de 0.

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad \text{P/ } n=0 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad \alpha(1, 0) = \alpha(0, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x)) \quad \text{P/ } n=1 \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$\begin{array}{lll} \text{K1} & \text{K2} & \text{K3} \\ \alpha(0, x) = x + 1 & \alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) & \\ x=0 \Rightarrow \alpha(0, 0) = 1 & n=0 \Rightarrow \alpha(1, 0) = \alpha(0, 1) & \\ x=1 \Rightarrow \alpha(0, 1) = 2 & n=1 \Rightarrow \alpha(2, 0) = \alpha(1, 1) & \\ x=2 \Rightarrow \alpha(0, 2) = 3 & n=2 \Rightarrow \alpha(3, 0) = \alpha(2, 1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{P/ } x=1 & \text{P/ } y=1 & \text{P/ } z=1 \\ \alpha(1, 0) = 1 & \alpha(0, 1) = 2 & \alpha(1, 1) = 3 \\ \alpha(1, 1) = 3 & \alpha(0, 2) = 4 & \alpha(2, 1) = 4 \\ \alpha(2, 1) = 4 & \alpha(1, 2) = 5 & \alpha(3, 1) = 5 \\ \alpha(3, 1) = 5 & \alpha(2, 2) = 6 & \alpha(4, 1) = 6 \end{array}$$

Não sei nada, nem entendi  
essa questão.  
Paciência!

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

~~Dando  $x \in \mathbb{Z}$~~

~~$0|a \Rightarrow 0 \cdot x = a \text{ (DEF 1)}$~~

~~$\Rightarrow a=0$~~

~~$\frac{0}{0}$  é indeterminação~~

~~houve alguma escrita  $\frac{0}{0}$  em algum canto?~~

~~Quem é?~~

$a|0 \Rightarrow a \cdot x = 0 \text{ (DEF 1)}$

$\Rightarrow a \in \mathbb{R} \text{ (Dando } x=0\text{)}$

C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n+1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n+1, x+1) = \alpha(n, \alpha(n+1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

$$\begin{aligned} \alpha(1, x) &\Rightarrow \alpha(0+1, x+0) \\ &\Rightarrow \alpha(0, \alpha(0+1, x)) \end{aligned}$$

Notar que  $\alpha(0, 0) = 1$

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Não há números divisíveis por zero.

no B1 tu "demonstraste" que  
sim, é a para todo inteiro a!

$$\text{Pf: } 0 \cdot k = 0, \text{ logo } 0 | 0 \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Todos os números dividem zero, já que, pela def. 3)  $\forall a, b \in \mathbb{Z} \quad \exists q \in \mathbb{Z}, a \text{ divide } b \Leftrightarrow a \cdot q = b$ . Com  $q=0$  temos que  $a \cdot 0 = 0$ .

C

→ não é correto pois tu botou um ( $\forall q \in \mathbb{Z}$ ).  
Mesmo se fosse, não faz sentido repetir a definição.

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \tag{K1}$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \tag{K2}$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \tag{K3}$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Seja  $b \in \mathbb{Z}$ ,  $0|b$ , Somente se  $b=0$  explicação?

Quais (se tem) números são divisores de 0?

$\forall b \in \mathbb{Z}, b|0$ , pois  $b \cdot 0 = 0$ . \checkmark

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Se  $n \in \mathbb{N}$  existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $0 \cdot q = n$ .  
Por 0 é o elemento nulo da multiplicação. não há números  
divisíveis por 0. E quando  $m=0$ ?  $\leftarrow$  pois é,  $0 \cdot 5 = 0$ , e  $5 \in \mathbb{Z}$ .

✓

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Não existe  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $n \cdot q = 0$   
para satisfazer isso, basta escolher  $q=0$ .  
Portanto, qualquer número divide 0.

✓  
Boa resposta.

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

Nothing here...

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

NINGUÉM DIVIDIU NADA AQUI!

Agora se 0, nessa é um a resultado de  $x$  (qualquer valor da expressão  $0 \cdot x = x$  é zero, independentemente de qual o valor que  $x$  assume).

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Todos os números são divisores de zero, nessa é que  $0 \cdot x = x$  sempre é zero.

C

quê é o resultado de uma equação?

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Nenhum, pois não existe  $q \in \mathbb{Z}$  tqj.  $0 \cdot q = x$ , para  $x \in \mathbb{Z} \neq 0$ .

✓

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Todos (exceto 0), pois tomando  $q=0$ ,  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $x \cdot q=0 \Leftrightarrow x \cdot 0=0$ . Logo  $x|0$ .

→ por quê?

quem é ??

essa frase não faz sentido.

C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

O Nenhum, pois  $\nexists w \in \mathbb{Z}$ , tal que para  $a \in \mathbb{Z}$  o.w=a  
olha o B1.

Quais (se tem) números são divisores de 0?

O ~~Nenhum, pois~~  $\{ \mathbb{Z} \}$  Pois ~~o.w.x~~  $x \cdot 0 = 0$

X C X ?? ??

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Texto confuso!

sim um?  
???

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Pela definição 3, para existir um número divisor de 0, deveria existir um  $q, b \in \mathbb{Z}$  tal que  $0 \cdot q = b$ , porém, dado qualquer  $q, b$  resultaria sempre em 0, mas  $0 \neq b$ . Isto é uma contradição, logo nenhum número é divisor de 0.

C

O texto não faz sentido.

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Portando da "Definição 1", ~~não existe um~~  $q \in \mathbb{Z}$  que satisfaça  
 $0q = b$  além do próprio 0, apenas o 0 é divisível por 0.

✓

Como??

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Qualquer ~~apartir de~~ a divide 0 quando  $q = 0$ .

Daí sej.,  $a0 = 0$ .

↑ quem é?

✓

C

↓ parece ser tua conclusão.

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Não existe para não existe um  $K$  que satisfaz a expressão:

$0 \cdot K = 0$ , sendo  $K \in \mathbb{Z}$ . ✓  $0 \cdot 0 = 0$

Quais (se tem) números são divisores de 0?

Qualquer número, para ser é um número que temos

$x \cdot 0 = 0$ . ✓ ✓

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

**B3.** Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Quais (se tem) números são divisores de 0?

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

$$\mathbb{R} = \{\cancel{X}\} \quad ??$$

Quais (se tem) números são divisores de 0?

$$\mathbb{R} - \{0\} \quad ??$$

C

como a resposta na pergunta "quais números" pode ser uma igualdade seca entre conjuntos?

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações: (cujos membros nem números são).

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (K1)$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (K2)$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (K3)$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

**B3.** Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Quais (se tem) números são divisores de 0?

**C**

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

**B3.** Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

*3. nenhuma*

Nenhum (~~nenhuma~~).

Quais (se tem) números são divisores de 0?

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

NEM UM EXETO 0;

Quais (se tem) números são divisores de 0?

TODOS

$x \cdot 0 = 0$ , ~~x sendo~~ num número qualquer,  
não é "sendo" assim.

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x - 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

NÃO LEMBRO COMO FAZER

B3. Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Não existe número divisível por 0, pois  
não tem como dividir por 0. C  
e daí? veja a definição!

Quais (se tem) números são divisores de 0?

???) decidir...

Todos os números são divisores de 0, pois  
qualquer número dividido por 0 é 0. C

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x)) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.

?

**B3.** Quais (se tem) números são divisíveis por 0?

Quais (se tem) números são divisores de 0?

## C

Considere a função recursiva  $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  definida pelas equações:

$$\alpha(0, x) = x + 1 \quad (\text{K1})$$

$$\alpha(n + 1, 0) = \alpha(n, 1) \quad (\text{K2})$$

$$\alpha(n + 1, x + 1) = \alpha(n, \alpha(n + 1, x))) \quad (\text{K3})$$

Demonstre que para todo  $x \in \mathbb{N}$ ,  $\alpha(1, x) = x + 2$ .

DEMONSTRAÇÃO.