FMC2, 2019.1
(Turma T34+N12 do Thanos)

Provinha 0
(points: 0; bonus: $0^\flat$; time: 66'+33')

Alun∗: **Prof∗:**

16/12/2019

Instruções:

Modo aluno: Escreva teu nome no campo "Alun∗" em cima, e use a mesma caneta para responder em todos os problemas da prova.

No tempo determinado entregue tua prova para receber uma de outro aluno da turma.

Modo professor: Usando uma caneta de cor diferente daquela que teu aluno escolheu usar, escreva teu nome no campo "Prof∗" em cima, e corrija sua prova. Não escreva qual seria uma resposta correta, apenas identifique os erros, dando uma curta explicação quando possível.

Lembre-se:

Definição 1.
Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. O a *divide* o b (escrevemos $a \mid b$) sse[1] existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que $aq = b$.

Definição 2.
Sejam $a, b, m \in \mathbb{Z}$. Escrevemos $a \equiv b \pmod{m}$ sse $m \mid a - b$.

[1] escrevemos *sse* como uma abreviação da frase *se e somente se*

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo". Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

B

Prove ou refute a afirmação:

$$\textit{para todo inteiro } a \textit{ e todo inteiro } m > 1, \quad a \equiv a \pmod{m}.$$

Podes usar *apenas* as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

Rascunho