C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que, para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Base: $n = 1$. $L_1 = 1$. $\ell(1) = F_0 + F_2 = 0 + F_0 + F_1 = 1$ ✓

Faltou assumir como verdade para um $k \in \mathbb{N}$ qualquer e tentar provar para $k+1$

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 & \qquad\qquad L_0 &= 2 \\ F_1 &= 1 & L_1 &= 1 \\ F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n & L_{n+2} &= L_{n+1} + L_n. \end{aligned}$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

não comece com $L_1 = \ell(1)$!

Provando por indução, mostraremos primeiro o caso base, onde $n = 1$, de fato: $L_1 = \ell(1) = F_{1-1} + F_{1+1}$

$L_1 = \ell(1) = 0 + 1$

$1 = \ell(1) = 1$.

Não sabemos diretamente que $F_2 = 1$, só que $F_2 = F_1 + F_0$, faltou um passo.

Agora queremos mostrar que, para todo $k \geq 1$, a equação

$L_{k+1} = \ell(k+1) \cancel{= F_k + F_{k+2}}$ é verdadeira. (H.I)

FALTOU DEMONSTRAR

ESSA NÃO É A HIPÓTESE INDUTIVA.

correto.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Vamos provar por indução:

??

Caso base ($n=2$): Provar que $L_2 = l(2)$. $L_2 = L_1 + L_0 = 3$ e $l(2) = F_3 + F_1$, já que $F_3 = F_2 + F_1 = 1+1$, $l(2) = (1+1)+1 = 3$. Logo $L_2 = l(2)$.

HI ?

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Pela definição dos números de Fibonacci, $F_2 = F_0 + F_1 \Rightarrow F_2 = 0 + 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow F_2 = 1$.

Usemos indução em n.

Caso base: $L_1 = \ell(1) \Rightarrow 1 = F_0 + F_2 \Rightarrow 1 = 0 + 1 \Rightarrow 1 = 1$, ou seja, é válido. ordem errada! CUIDADO!!

H.I.: para $n = k$, $L_k = \ell(k)$ é válida. quem é k?

Provemos para $k+1$, ou seja, $L_{k+1} = \ell(k+1)$ é válida. De fato, pela definição dos números de Lucas, $L_{k+1} = L_{k-1} + L_k$. Pela H.I., $L_{k-1} + L_k = \boxed{\ell(k-1)} + \ell(k)$. Segue que

tua H.I. não fala nada sobre $\ell(k-1)$.

$$\ell(k-1) + \ell(k) = F_{k-2} + F_k + F_{k-1} + F_{k+1} =$$
$$= F_{k-2} + F_{k-1} + F_k + F_{k+1} = F_k + F_{k+2} =$$
$$= \ell(k+1)$$

Logo, $L_{k+1} = \ell(k+1)$

$\therefore L_n = \ell(n)$ é válida para todo $n \geq 1$.

Só isso mesmo.

o que é isso se $k=1$?

CUIDADO!

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

• Caso inicial: ??

isso é o que tu queres provar!

$\boxed{\forall n \geq 1,\ L_n = \ell(n)}$

tá affirmando isso?

$L_1 = \ell(1)$, como $L_1 = 1$:

$1 = \ell(1)$, como $\ell(1) = 1$:

$1 = 1$ ✓

sim, 1=1. E?

$\ell(1) = F_0 + F_2$

$\cancel{\ell(1) = 0 + F_1 + F_0}$

$\cancel{\ell(1) = 0 + 1 + 0}$

$\cancel{\ell(1) = 1}$

→ Faltou detalhamento, muito direto

• Hipótese:

~~$n = k,\ k \in \mathbb{Z}$:~~

$\boxed{L_k = \ell(k), \text{ para algum } k \in \mathbb{Z}.}$

$L_k = F_{k-1} + F_{k+1}$

NÃO DEU!

tranqüilo :)

veja bem o gabarito!

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

isso é o que tu queres provar!

Base, Para $n=1$, Temos $L_1 = \ell(1)$

$\Rightarrow 1 = F_{1-1} + F_{1+1} = F_0 + F_2$
$= 0 + (F_1 + F_0)$
$= 1$.

~~Defato~~ De fato $L_1 = \ell(1)$.

Suponha válida $L_n = \ell(n)$ Para ~~n = k algum n = k, k ∈ N e k > 1, ou seja~~
~~Suponha válido L_k = ℓ(k). Provaremos que para n = k+1 também é~~
~~algum n =~~ Todo $n = r$ tal que $k \geq r \geq 1$, $r, k \in \mathbb{N}$. Provaremos que Para ~~k+1~~
$n = k+1$ também é.

???

↳ Ficou um pouco confuso

$\ell(k+1) = L_{k+1}$ isso é o que tu queres provar!!

$\Rightarrow F_k + F_{k+2} = L_k + L_{k-1}$ [Def. de num de Fibonacci e num de Lucas]

$\Rightarrow (F_{k-1} + F_{k-2}) + F_{k+2} = L_k + L_{k-1}$

$\Rightarrow (F_{k-1} + F_{k-2}) + (F_{k+1} + F_k) = L_k + L_{k-1}$

$\Rightarrow (F_{k-1} + F_{k+1}) + (F_{k-2} + F_k) = L_k + L_{k-1}$

$\Rightarrow \ell(k) + \ell(k-1) = L_k + L_{k-1}$. → Utilizar a hipótese e explicar que $\ell(k) = L_k$ e $\ell(k-1) = L_{k-1}$

Como k e $k-1$ estão no intervalo de r, a equação é válida.

XXX o que é F_{k-2} se $k=1$?

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Provemos por indução que $L_n = \ell(n)$, para todo $n \geq 1$.

Base: Para $n = 1$, temos que não temos isso. Queremos provar isso

$L_1 = \ell(1)$, como ~~$L_n = L_{n+2}$~~ $L_n = L_{n+2} - L_{n+1}$, então

????

$L_1 = \ell(1)$??

$\Rightarrow L_{n+2} - L_{n+1} = F_{n-1} + F_{n+1}$

$4 - 3 = 0 + 1$

$1 = 1$

afirmações secas.

CH

PASSO Indutivo: Queremos provar que para todo $n \geq 1$

$L_n = \ell(n) \Rightarrow L_{n+1} = \ell(n+1)$.

~~H.I. $\forall k$ tal que $k \geq 1$, então $L_{k+1} = \ell(k+1)$. calculando:~~

(H.I.) $\forall n$, com $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

??? Provemos que para todo $k \geq 1$, $L_{k+1} = \ell(k+1)$, calculando:

$L_k + L_{k-1} = F_n + F_{n+2}$ $\qquad$ $L_{k+3} - L_{k+2} = F_n + F_{n+2}$

pois é

mais clareza nos argumentos

isso não é tua H.I.
isso é o teorema que estás tentando provar.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad F_2 = F_1 + F_0 = 0+1 = 1 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad F_3 = F_2 + F_1 = 1+1 = 2 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$. (1)

PROVA.

Para $n = 1$ temos

$\ell(1) = F_0 + F_1 = 0 + 1 = 1$ (definição de nº de Fibonacci)

$\ell(1) = 1 = L_1$ (definição de nº de Lucas)

Portanto a propriedade (1) é válida para $n = 1$.

Vamos supor que a propriedade é válida para $n \leq k$, i.e.

$\ell(n) = L_n$ (Hipótese de Indução Forte, HI)

$F_{n-1} + F_{n+1} = L_n$, $n \leq k$.

Queremos provar que é válida para $n = k+1$, ou seja:

$\ell(k+1) = L_{k+1}$

$F_k + F_{k+2} = L_{k+1} = L_k + L_{k-1}$ (def. de nº de Lucas.)

Para $n = k+1$ temos:

$$\ell(k+1) = F_k + \underbrace{F_{k+2}}$$
$$= \underbrace{F_k} + F_{k+1} + F_k \quad \text{(def. nº de Fibonacci)}$$
$$= F_{k-1} + F_{k-2} + F_{k+1} + F_k \quad \text{(def. nº de Fibonacci)}$$
$$= \underbrace{F_{k-1} + F_{k+1}} + \underbrace{F_{k-2} + F_k}$$
$$= L_k + L_{k-1} \quad \text{(H.I.)}$$
$$= L_{k+1} \quad \text{(def. de nº de Lucas)}$$

Portanto, por indução forte, podemos concluir que a propriedade é válida para $\forall n \geq 1$

muito bem escrito!

Só isso mesmo.

CUIDADO com isso:

Aqui k pode ser 1,
e nesse caso esse símbolo não
é definido. (Veja gabarito!)

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$. (1)

PROVA.

P. BASE

P/ n=1

$\ell(1) = F_0 + F_2 = F_0 + (F_1 + F_0) = 0 + (1+0) = 1$ → faltou escrever a conclusão:

$L_1 = 1$

como $\ell(1) = L_1$, então a propriedade 1 é válida para n=1. X

(desnecessário).

1º ✓ deve-se afirmar a hipótese indutiva. (sim!.)

P. INDUTIVO

P/ n= k+1

⋮ ?

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

~

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Queremos provar por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

Vamos começar pelo caso base $n = 1$, ou seja $L_1 = \ell(1)$

$L_1 = \ell(1)$ ← tá afirmando isso?

$1 = F_{1-1} + F_{1+1}$

$= F_0 + F_2$ ← parece que concluiu que 1=1. sim, também

$= 0 + 1$

$= 1$

Logo, a propriedade é válida para $n = 1$.

Vamos supor que ela seja válida para ~~[illegible]~~ Todos os n de 1 até K, ou seja: Quem é K? Hip. ind. Forte

$L_K = \ell(K)$. ← isso é apenas uma igualdade.

Vamos ver se isso vale para $n = K+1$.

$L_{K+1} = \ell(K+1)$ ← de novo, tá afirmando?

$L_K + L_{K-1} = F_K + F_{K+2}$? f_{K-2} → exatamente! O que é F_{K-2} se $k=1$?

$L_{K+1} = F_{K-1} + F_{K-2} + F_{K+1} + F_K$

$= \underbrace{F_{K-1} + F_{K+1}}_{\ell(K)} + \underbrace{F_{K-2} + F_K}_{\ell(K-1)}$ Note que pela hipótese $\ell(K)$ e $\ell(K-1)$ são L_K e L_{K-1} respect.

$= L_K + L_{K-1}$ OK

$L_{K+1} = \ell(K+1)$

Ou seja, a propriedade é válida para o $n = K+1$ e a propriedade é verdadeira. OK

✓

cuidado na escrita e com isso

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Seja $n \in \mathbb{Z}$ e $n \geq 1$.

BASE, $n = 1$:

$L_n = \ell(n)$

o que é essa lista de afirmações secas??

$L_1 = \ell(1)$

$1 = F_{1-1} + F_{1+1}$ (def. L_n e def. $\ell(n)$)

$1 = 0 + F_1 + F_0$ (def. F_n)

$1 = 0 + 1 + 0$ (def. F_1 e def. F_0)

$1 = 1$

HIPÓTESE, assumimos que $L_n = \ell(n)$. n? $L_n = F_{n-1} + F_{n+1}$

PASSO INDUTIVO, para $n+1$, temos:

$L_{n+1} = \ell(n+1)$ isso o que queres provar!

$L_n + L_{n-1} = F_n + F_{n+2}$ (def. L_n e def. $\ell(n)$)

$F_{n-1} + F_{n+1} + F_{n-2} + F_n = F_{n-1} + F_{n-2} + F_{n+1} + F_n$ (pela hipótese de que $L_n = \ell(n)$)

$F_{n-2} + F_{n-1} + F_n + F_{n+1} = F_{n-2} + F_{n-1} + F_n + F_{n+2}$

✓

Só isso mesmo.

XXX o que é F_{n-2} se $n=1$?

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

O argumento tem que ser o mesmo!

Prova.

$n=1$!

Base. Para $n = 1$, $L_3 = F_0 + F_2$, logo, $\ell(1) = L(3)$. De onde tirou esta conclusão?

H.I. suponha que $K \in \mathbb{N}$, e $K \geq 1$, $L_K = \ell(K)$ e $\ell(K) = F_{K-1} + F_{K+1}$.

T.I. Vamos provar que $L_{K+1} = \ell(K+1)$

Temos que $\ell(K+1) = F_{K+1-1} + F_{K+1+1}$ e que $L_{K+1+2} = L_{K+1+1} + L_{K+1}$

ou seja, $L_{K+3} = L_{K+2} + L_{K+1}$

$=$ $\Rightarrow F_K + F_{K+2}$

Deste modo, $L_{K+3} = F_K + F_{K+2}$,

logo, $\ell(K+1) = L_{K+3}$. □

COMO ASSIM ??? ???

ERRO NO ÍNDICE

O que você quer é L_{K+1} não L_{K+3}!

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

$F_2 = F_1 + F_0$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$L_2 = 1 + 2 = 3$

$L_3 = 3 + 1 = 4$

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

$l_3 = F_2 + F_4$

$l_2 = F_1 + F_3$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Começaremos pelo caso em que $n=1$ (caso base):

$L(1) = \ell(1)$

$L(1) = 1$

SERIA $F_{1-1} + F_{1+1}$, OU SEJA, $F_0 + F_2$ sim!

$\ell(1) = F_{1-1} + F_{1+1} = F_0 + F_2 = 0 + 1 = 1$ (deu "sorte")

$\boxed{\text{Supomos } K \text{ tal que } K \geq 1 \text{ e } L(K) = \ell(K)}$ para a Hipótese de Indução: (H.I)

Agora, precisamos provar ~~que para K+1 também é verdadeiro:~~

não oferece nada

$L(K+1) = \underbrace{\ell(K+1)}_{\text{objetivo}}$

~~Saindo pelo lado esquerdo para chegar ao objetivo~~:

"Calculamos"

DE ONDE VEIO ISSO?

$L(K+1) = L(K) + L(K+1)$

$\quad'' \;= \ell(K) + \ell(K+1)$

$\quad'' \;= \ell(K+1)$

VOCÊ USOU O OBJETIVO PARA CHEGAR NO OBJETIVO

sim. E mesmo se não tivesse errado o '+', sua (H.I.) não fala nada sobre a

VOCÊ USOU A H.I, OK

DE ONDE VEIO ISSO? do nada ;)

Logo, $L(n) = \ell(n)$ está correto.

$L(k-1) \stackrel{?}{=} \ell(k-1)$.

Só isso mesmo.

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

~~Caso base. (n = 1).~~
~~$L_1 = \ell(1)$.~~
~~$1 = 0 + 1$~~
~~$1 = 1$.~~

Hipótese de indução

Só isso mesmo.

$n = 1$

$L_n = 1$

$l(n) = F_0 + F_2 = 0 + (1+0)$

$= 1$

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

$F_{n-1} + F_{n+1} = \cancel{L_{n+1} L_{n+2}}$

$L_n = L_{n+2} - L_{n+1}$ $=$

X ~

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Provemos por indução:

Caso $n = 1$: calculamos $l(1) = F_{1-1} + F_{1+1} = F_0 + F_2 = 0 + (1 + 0) = 1$

É suficiente? E para outros casos? ??

por definição de L temos $L_1 = 1$ logo $l(1) = L_1$,

Onde está o desenvolvimento de L_n? ??

Suponha que para algum $n \geq 1$ $l(n) = L_n$ ou seja

por que supor?

$F_{n-1} + F_{n+1} = L_{n+2} - L_{n+1}$

pois queremos provar o passo indutivo, que envolve uma implicação

→ Informações de prova insuficientes.

→ Necessita de mais desenvolvimento.

→ Se vale para n, tem de valer para $n+1$!

Só isso mesmo.

CUIDADO!! XXX o que é F_{k-2}, se $k=1$?

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Para provar por indução, primeiro conferimos se é verdadeiro o caso base, ou seja $L_n = l(n)$ para $n = 1$:

$l(1) = F_{1-1} + F_{1+1} \iff l(1) = F(0) + F(2)$

$F(2) = F(0) + F(1)$

$F(2) = 1$

$\iff l(1) = 0 + 1 \iff l(1) = 1$

$L_1 = 1 \iff L_1 = l(1)$

Agora, assumimos como verdade $L_k = l(k)$ para um $k \in \mathbb{N}$ qualquer, ~~isto~~ ou seja

$\cancel{L_k = l(k)} \iff L_k = F_{k-1} + F_{k+1}$

E então ~~provaremos~~ provaremos para um $k+1 \in \mathbb{N}$

sepere em linhas. uma afirmação por linha ajudaria ler

$L_{k+1} = l(k+1) \iff L_{k+1} = F(k+1)-1 + F(k+1)+1 \iff L_{k+1} = F_k + F(k+2) \iff L_k + L_{k-1} = F_{k-2} + F_{k-1} + F_k + F_{k+1}$

$\iff L_{k+1} = F_k + F_k + F_{k+1} \iff L_{k+1} = F_{k-2} + F_{k-1} + F_k + F_{k+1} \iff L_k + L_{k-1} = F_{k-2} + F_{k-1} + F_k + F_{k+1}$

Como $L_k = F_{k-1} + F_{k+1}$ *[1] $\therefore \cancel{L_k} + L_{k-1} = F_{k-2} + F_k + \cancel{L_k} \iff L_{k-1} = F_{k-2} + F_k$. *[2]

Se trocarmos n por k-1 em "$l(n) = F_{n-1} + F_{n+1}$" chegamos em $l(k-1) = F(k-1)-1 + F(k-1)+1 \iff l(k-1) = F_{k-2} + F_k$

por que essa explicação?

Então $L_{k-1} = l(k-1)$. provado

mas a intenção não era provar que $L_{k+1} = l(k+1)$?

exatemente!

*[1] Perceba que ~~tu~~ você usou a hipótese de indução para encontrar essa igualdade

*[2] Aqui, você usou ~~[illegible]~~ *[1] para encontrar algo que já sabia como a H.I., ou seja, usou a H.I. para encontrar a H.I.

Só isso mesmo.

CUIDADO! Leia o que você tá afirmando aqui!!

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

X

0 Faltou a resposta.

Só isso mesmo.

$F_{1+2} = F_3 = F_2 + F_1 = F_2 + 1 = F_1 + F_0 + 1 = 1+1 =$

C

Os *números Fibonacci* e os *números Lucas* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0 \qquad\qquad L_0 = 2$$
$$F_1 = 1 \qquad\qquad L_1 = 1$$
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \qquad\qquad L_{n+2} = L_{n+1} + L_n.$$

Para $n \geq 1$, seja $\ell : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ a função definida pela equação

$$\ell(n) = F_{n-1} + F_{n+1}.$$

Prove por indução que para todo $n \geq 1$, $L_n = \ell(n)$.

PROVA.

Apliquemos indução no n, comecemos com o caso $n=1$

para $n=1$, teremos:

$\ell(1) = F_{1-1} + F_{1+1} = F_0 + F_2 = F_2 = F_1 + F_0 = 1$

Não entendi direito

$L_1 = 1$

O quê?

Logo, para $n=1$ é verdadeiro

Quem é o k na fila do pão? Inteiro, natural...

Suponhamos agora que para $n=k$ a afirmação é verdadeira

$\ell(k) = F_{k-1} + F_{k+1} = L_{k+2} = L_{k+1} + L_k$

Provemos para $n=k+1$

melhor não misturar

$\ell(k+1) = F_{(k+1)-1}$

Só isso mesmo.

$l(1) = F_0 + F_{1+1}$ $\quad F_1 \quad F_{(k+1)-1} \quad F_{(k+1)+1}$

$\ell(k+1) = \ell(k)$ $\quad F_{(k+1)-1} + F_{(k+1)+1} \quad L_{k+3} = L_{k+2} + L_{k+1}$

$\ell \quad F_k + F_{k+1} \quad L_{(k+1)+2} = L_{(k+1)+1} + L_{k+1}$