

13.2 divisível nos 1 e de si mesmo

A

tu escolheu um nome aqui. Por que não usar aqui?

- A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO:

Seja  $n$  inteiro e  $n \geq 2$ , dizemos que  $n$  é primo se, e somente se,  
for divisível apenas por 1 e por si próprio.

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

B

Prove ou refute a afirmação:

$a \equiv a \pmod{m} \Leftrightarrow m|a-a \quad m \cdot 0 = 0$

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Sejam  $a$  e  $m$  inteiros,  $m > 1$ , provarei que a congruência  $a \equiv a \pmod{m}$  é verdadeira. Para tal, note que, por definição,  $a \equiv a \pmod{m}$  é válida se, e somente se,  $m|a-a$  também o for.  
Assim, suponha  $a \equiv a \pmod{m}$ . Por definição, tem-se a afirmação  $m|a-a$ , ou seja, existe um  $k$  inteiro tal que  $mk = a-a$ . Observe que  $a-a=0$ , isto é, o único inteiro  $k$  que multiplicado por  $m$  resulta em 0 é o próprio 0. logo,  $m|a-a$ .

"provar que P" → não podes supor o que queres demonstrar!

quis dizer

"provar que P é verdadeiro"

não escreva

if (x == true){  
    :  
}

sup  
escreva

if (x) {  
    :  
}

A

Não costuma escrever em definições.

- A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Para todo  $x \in \mathbb{N}$

$$x \text{ é primo} \Leftrightarrow x \equiv 0 \pmod{x} \text{ e } x \equiv 0 \pmod{1}.$$

revisz essas definições!

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$\exists x \in \mathbb{Z} (P(x)), \quad x = 2k, \quad \text{onde } P(x) = x \text{ é divisível por todos os inteiros}$$

mostra que  $x$  é par e repete a afirmação, não deixando a afirmação completa em fórmula de lógica.

X  
sim!

B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

quem é esse q?

Quero mostrar que  $a \equiv a \pmod{m}$ .

$$a \equiv a \pmod{m} \Rightarrow m | a - a \quad [\text{def } \equiv]$$

$$\Rightarrow \exists q \in \mathbb{Z} \quad m = a - a \quad [\text{def } |]$$

$$\Rightarrow q \cdot m = 0 \quad [a - a = 0]$$

$$\Rightarrow \text{Como } m > 1, \text{ então } q \neq 0 \text{ e } m | 0 \quad [\text{lupo. } m > 1]$$

$$\Rightarrow \text{Pontualmente, } a \equiv a \pmod{m}.$$

direção (Ordem) errada!



## A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de “primo”.  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Um número inteiro  $x > 1$  é primo se é divisível apenas por si mesmo e  
ver 1.  
Um pouco “português matemático”, fiz uma explicação agora descrevendo  
e os ±

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

↳ não, tá OK.

“tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros”.

FÓRMULA:

Não fiz

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar *apenas* as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Pela def. 2, temos que  $a \equiv b \pmod{m}$  se  $m | a - b$ . De fato,  $a - a = 0$  e  $m | 0$ , pois todo inteiro divide 0. Assim, a afirmação está correta

↳ faltou citar pela definição 1 que existe um  $y \in \mathbb{Z}$  tal que  $m \cdot y = 0$   
faltou provar isso sim,

mas além disso tá ótimo.

(FINALMENTE ORDEM CORRETA! )

A

quem é esse a?  
e quem é esse q?

- A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Um número  $x$  é primo se  $a, q \in \mathbb{Z}$  e  $a=1$  e  $q=x$  ou  $a=x$  e  $q=1$  onde  $x = a \cdot q$

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

→ É um dos  
dais por comprovar

FÓRMULA:

$$\exists p (q | p \wedge q \in \mathbb{Z})$$

sim

B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

→ Faltou provar

sim

Sejam  $a, m \in \mathbb{Z}$ . Escrevemos  $a \equiv a \pmod{m}$  se  $m | a - a$ .

Logo,

$$m | a - a$$

$m | 0$  [Onde todo número inteiro divide zero]

Provaendo a afirmação.

afirmação seca.

"onde" não faz sentido aqui

ordem errada!



## A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

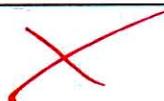
DEFINIÇÃO.

Um número primo é um número divisor de apenas  $\pm 1$  e de si mesmo.  
Português matemático? ← Té OKish ✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:



## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m \geq 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar. ✓

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Sendo a definição 2:  $a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - b$   
 $a \equiv a \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - a \Leftrightarrow m \mid 0$

Sendo a definição 1:  $a \mid b \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{Z}$  tal que  $a \cdot x = b$   
 $m \mid 0 \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{Z}$  tal que  $m \cdot x = 0$

Logo, a afirmação é verdadeira, visto que se divide um número inteiro  $m \geq 1$  quando multiplicado por 0 tem como resultado 0.

por que essas frases "Sendo a definição bla bla"

não escreva isso, é exequito  
e não oferece nada.

A

palavra errada!

- A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Um número  $n$  é dito primo quando ~~seus divisores~~ ~~estão~~ no conjunto

$A$  de divisores é definido por  $A = \{1, n\}$ .

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

positivos

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$\exists p \{ [(\forall k \in \mathbb{Z}) \wedge (k \neq 0)] \wedge [(n | p) \wedge (n \in \mathbb{Z})] \}$$

$$\exists p [(\forall k \in \mathbb{Z}) \wedge (n | p \wedge n \in \mathbb{Z})]$$

B

Prove ou refute a afirmação:

Qual o significado de cada um desses "?"?

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Verdadeiro. Note que :

$$a \equiv a \pmod{m}$$

$$\Leftrightarrow m | a - a \quad (\text{definição}) - \text{Explicação a definição}$$

$$\Leftrightarrow m | 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = m \cdot q \quad (\text{definição})$$

Como 0 é divisível por qualquer inteiro, a afirmação é verdadeira.

OK

se escrever isso, por que essa linha?

## A

- X A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

O número  $n$  é primo se não existe  $k \neq 1$  tal que  $ak = n$ , com  $a \in \mathbb{Z}$ .  
 $\hookrightarrow$  SERIA IDEAL DIZER QUE  
 $a$   $k$  SÃO INTEIROS.

(com esses valores, 5 não é primo)

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

?

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Pela definição temos que  $a \equiv a \pmod{m}$  é o equivalente a  
 $m \mid a - a$ , ou seja, para qualquer "que seja o número  $a$ , o  
m irá dividir  $a - a$ , pois  $m \cdot 0 = 0$ .

✓

✓

## A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros"

FÓRMULA:

$$\exists p \in \text{Even}, \exists m \in \mathbb{Z} \rightarrow m | p$$

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

$$\forall a \in \mathbb{Z}, \forall m \in \mathbb{Z}^+ \setminus \{1\} \rightarrow a \equiv a \pmod{m}$$

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

## A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".

Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

~~DEFINIÇÃO.~~ Segundo seu ~~definição~~ 1 é primo, já que é divisível por 1 e por ele mesmo.

Seja  $n$  um número natural.  $n$  é ~~considerado~~ primo se for divisível apenas por 1 e por ele mesmo.

~~Lema div: um número é divisível por outro quando o resto obtido, após a divisão entre ambos, é zero.~~

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$x: p \in \text{par}$   
 $y: p \in \text{divisível por todos os inteiros. } \exists_p \in \mathbb{Z} (x \wedge y)$

*boe tentativa mas misturou L. e FOL.*

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar *apenas* as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

~~PROVA OU REFUTAÇÃO.~~ *equi* ~~equi~~ *refute*

Seja  $a \in \mathbb{Z}$ . *Tain do que você queria provar*

Seja  $m \in \mathbb{Z}$ , *aqui sim*

$$a \equiv a \pmod{m} \Rightarrow m | a - a \quad [\text{def 2}]$$

$$\Rightarrow m | 0 \quad [a = a]$$

Como  $m > 1$ , logo, pelo *lemma 1*,

$$m | 0.$$

*X*

*não é um lema? é uma definição*

*Lemma div: um número é divisível por outro quando o resto obtido, após a divisão entre ambos, é zero.*

*Lemma 1: O número 0 é divisível por todos os inteiros maiores que ele.*

$$0 \cdot \square = 0$$

*Parce exposito ↗*

*e tbm: tu não tem o direito de re-definir o que foi definido na Def. 1.*

# A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Um número inteiro  $x$  é primo se não existe outro número  $y$ , inteiro e distinto de 0 e 1, tal que  $x \equiv 0 \pmod{y}$ .  $\times -2?$

Divisão  
por 0?

✓ A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".  $\text{XXX} ???$

FÓRMULA:

$\exists x (\text{Par}(x) \equiv 0 \pmod{y \in \mathbb{Z}})$ . ? O que é Par(x)?

Faltam a definição.

B leia a sintaxe

Prove ou refute a afirmação:

da Foi

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

$\hookrightarrow x$  é inteiro?  
Real?  
irracional?

Devem faltar os inteiros  
ou um inteiro qualquer?

✓ ✓

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Vamos provar que a afirmação é verdadeira. Para isso, iremos tomar que  $a, b, q \in \mathbb{Z}$  e  $m > 1 \in \mathbb{Z}$ . Dado  $a \equiv a \pmod{m}$  na nossa afirmação, pela Definição 2 temos que  $a \equiv a \pmod{m}$  se e só se  $m | a-a$ . Como  $a-a=0$ , podemos ficarmos com  $m | 0$  e, pela Definição 1,  $m | 0$  se e só se  $q \cdot 0 = 0$ , que simplificando, resulta em  $0=0$ , uma verdade.

cuidado, isso não é dado. Isso é teu alvo!

"positivos apenas os"

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".

Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Dada  $p \in \mathbb{N}$  tal que  $p > 1$ .  $p$  é primo se e só tem como divisores 1 e  $p$ .

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$\exists p \exists k | 2 \mid p \wedge k < p \Rightarrow k \mid p$$

B

NUNCA use "1" como "t.q." em fórmulas

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar *apenas* as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Dada  $q \in \mathbb{Z}$ . Pelas definições 1. e 2.,

$$a \equiv a \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - a$$

$$\Leftrightarrow mq = a - a$$

• quem é esse  $q$ ??  
cuidado!

(É válido, para  $q$  pode assumir o valor 0)

Provando, então, a afirmação do enunciado.

# "fazer alguém ser expresso na forma" ??

A

- A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

por que futuro?

keN

~~Sobre  $m \in \mathbb{Z}$  e  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $m$  será primo quando não existir  $k \neq 1$  e  $k \neq m$  tal que se  $m = kx$  expressão na forma:  $m = kx$ ,  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $x > 0$ .~~

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação:

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$(\exists m \in \mathbb{Z} \wedge \forall k \in \mathbb{Z} \rightarrow m = 2k \mid \forall x \in \mathbb{Z} \rightarrow x \mid m).$$

leia a sintaxe da FOL.

B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

use  $\Leftrightarrow$

PRBRA:

$$\text{Seja } q \equiv a \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - q$$

Seja o que?

$$m \mid a - q \Leftrightarrow (\exists f \in \mathbb{Z} \mid a - q = mf)$$

$$a - q = mf$$

$$0 = m \cdot f$$

$$0 = m \cdot 0$$

$$m \mid 0$$

afirmações seca

com  $m > 1$ ,  $\forall m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \mid 0$ .

✓

Logo a afirmação está correta.

ordem errada!



A

*o que essas condições oferecem  
nessa definição*

- ~ A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Seja  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $x$  é primo se  $x|x$  e  $1|x$  e não existe número outro número  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  $k|x$ . -1? -x? -2 é primo?

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

X "tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$\exists m \exists k \forall m = 2k \wedge \forall k \exists m$ , sendo  $\forall k$  a representação de todos os inteiros.

↳ isso significa "ou"? + caso sim, então **Leia a sintaxe de FOL.**  
ou outra coisa? ficou estranho.

B

**NUNCA use '1' como "tal que" em fórmulas.**

Prove ou refute a afirmação: **Escreva apenas  $\exists n$  (o "t.q." é implícito).**

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar *apenas* as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, m \in \mathbb{Z}$  e  $m > 1$ . Por definição,  $a \equiv a \pmod{m}$  se  $m | a - a$ .

De fato,  $m | a - a \Rightarrow m | 0$ , e Todo número inteiro divide zero.

Provemos agora que Todo número inteiro divide zero; Suponha  $q \in \mathbb{Z}$ , Por definição,  $q | 0$  se existe  $r \in \mathbb{Z}$  tal que  $q \cdot r = 0$ . Considera  $r = 0$ , assim teremos sempre a confirmação da igualdade.

~~• Para todo inteiro divide zero.~~

cuidado

ordem errada!



## A

- ✓ A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de “primo”.  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

$$x > 1$$

~~Sigam  $x$ , natural e maior que um,  $x$  é primo se não existe um  $k$  intérro maior que um e menor que  $x$ , tal que  $k$  divide  $x$ .~~

$$1 < k < x$$

- ✓ A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

“tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros”.

FÓRMULA:

$$\exists y \forall x \in \mathbb{Z} [y = 2k, k \in \mathbb{Z} \mid x \mid y]$$

~~não se usa zero com tal que~~

~~sim!!~~

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~Suponha que  $a \equiv a \pmod{m}$ , para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ . Por definição  $a \equiv a \pmod{m}$  se  $m \mid a-a$ .~~

Como  $a-a=0$ , provamos que  $m \mid 0$ .

De fato,  $m \cdot 0=0$  e  $0 \in \mathbb{Z}$ . Como  $m \mid a-a$ , logo  $a \equiv a \pmod{m}$ .

~~cuidado! ordem errada!!~~



~~eu não vou supor o que tu deves provar!!~~

## A

- A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

DADO UM NÚMERO  $x$  NATURAL,  $x$  É PRIMO SE E SOMENTE SE FOR DIVISÍVEL APENAS POR  $\pm 1$  E POR  $\pm x$  ELE PRÓPRIO.  $\square$

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$\exists x, k \in \mathbb{Z} \quad x = 2k \wedge (y \in \mathbb{Z} \rightarrow y|x)$$

PODEMOS ESCRIVER

DESSA FORMA?  
(ABREVIADA)

ESTÁ FALTANDO ALGO?

parenteses

EXISTE ALGUM OU SÃO TODOS?

Sim!!

## B

Prove ou refute a afirmação:

*seria OK como abreviação de fórmula*

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

PODEMOS AFIRMAR QUE  $a \equiv a \pmod{m}$  SE E SOMENTE SE  $m | a - a$ .

~~Queremos provar que  $m | a - a$~~

~~Como  $a - a = 0$ , temos  $m | 0$~~

~~Como  $m | 0$ , temos  $m | a - a$~~

Como  $a - a = 0$ , temos  $m | 0$ , pois  $m \cdot 0 = 0$ , logo  $m | a - a$ .

Ou seja,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

✓  
ótimo!

A

- ✓ A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

~~(Um número primo é um número que é)~~  
Um número  $n$  é ~~é~~ primo se  $\forall q \in \mathbb{Z}$ , se  $q | n$  então  $q = 1$  ou  $q = n$ .

- ✓ A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares, que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$\exists m \forall q \in \mathbb{Z} (\text{Par}(m) \wedge (q | m)), \text{ onde Par}(m) \rightarrow 2 | m.$$

B

Prove ou refute a afirmação:

$$\text{para todo inteiro } a \text{ e todo inteiro } m > 1, \quad a \equiv a \pmod{m}.$$

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Pela definição de congruência temos:

$$a \equiv a \pmod{m} \Leftrightarrow m | (a - a)$$

para  $\forall q \in \mathbb{Z}$ ,  $a - a = 0$ , portanto

$$a \equiv a \pmod{m} \Leftrightarrow m | 0.$$

Pela definição de divisibilidade,

$$m | 0 \Leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z} \text{ tal que } 0 = m \cdot q. \quad (\text{m} > 1)$$

com  $q = 0$  satisfaz a equação, temos que  $m | 0$  e portanto

$$a \equiv a \pmod{m} \quad \text{sim, ótimo!}$$

$$\forall a \in \mathbb{Z}.$$

(too much!)

Não misture assim como se fosse ~~dois~~ de texto.  
abrev.

## A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de “primo”.  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

“tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros”.



FÓRMULA:

$$\exists x [x \in \mathbb{Z} \wedge \exists y (y \in \mathbb{Z} \wedge x = 2y) \wedge \forall z (z \in \mathbb{Z} \wedge z \mid x)]$$

*podia ter usado  $z \mid x$*



*Muito bem! Cuidado*

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar *apenas* as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

*a, m  $\in \mathbb{Z}$*

Sejam  $a \in \mathbb{Z}$  e  $m \in \mathbb{Z}$  t.q.  $m > 1$ .

“e como” *Se  $a \equiv a \pmod{m}$* , então pela def. 2 temos que  $m \mid a - a$ ,  
 $a - a = 0$ , então  $m \mid 0$ . Pela def. 1 temos que existe algum *q  $\in \mathbb{Z}$* , tal que  $0 = q \cdot m$ . Nesse caso *q* é o próprio 0. logo *Satisfazendo* a afirmação, então  $a \equiv a \pmod{m}$  é verdade, para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ .

*Cuidado! Não importa o que acontece se supor a coisa que tu queres provar!!*

← ordem!!

## A

**A1.** Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de “primo”.  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Um número inteiro é primo se e somente se ele é maior que 1 e somente 1 e ele mesmo o divide. ← e o -1 e o -ele?  
OK

**A2.** Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

“tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros”.

FÓRMULA:

$$\exists \text{even}(x) : [\text{even}(x) / a, \forall a \in \mathbb{Z}]$$

Todas as inteiros

veja a sintaxe da FOL.

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar *apenas* as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO. → por que repetir o enunciado?

Queremos verificar se a afirmação que digi é verdadeira: para todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Sabemos que  $a \equiv a \pmod{m}$  significa que  $m | (a-a)$ , ou seja,  $m | 0$ .  
(porque  $\equiv$  significa  $m | (a-a)$ )

Pontanto, a afirmação é verdadeira já que de fato:

$m | 0$  → conclusão?

$$M \cdot q = 0$$

$$M \cdot 0 = 0$$

?  $M$  divide 0



Logo:

A afirmação: Para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$  é verdade.

OK

desnecessário!

A

- A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

Um número primo p. é aquele que só possui divisores, 1 e ele mesmo, ou seja, se  $p \in \mathbb{Z}$ ,  $1 \mid p$  e  $p \mid p$  são seus únicos divisores.

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

essas coisas são afirmações, não números.

FÓRMULA:

$$\exists x \forall y (y \mid x)$$

$$x, y \in \mathbb{Z}.$$

Onde  $x = 2k, k \in \mathbb{Z}$

Então toque no k:

$$(\exists k \in \mathbb{Z})(\forall n \in \mathbb{Z})[n \mid 2k].$$

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro a e todo inteiro m > 1,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Supõe  $a \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}$  e  $m > 1$ , Vou provar que

$a \equiv a \pmod{m}$ .

é verdade por que isso?

$m \mid a - a$ . (def. congruência)

$m \mid 0$  é verdade, pois todos inteiros maiores que 1 dividem 0.



precisas provar!

ordem errada!!

Começou com a coisa que queria provar

e concluiu uma verdade. E dai??!?

cuidado!

## A

- A1.** Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de “primo”.  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.
- DEFINIÇÃO.
- $\forall a \in \mathbb{Z}, \text{ se } a > 2 \text{ e } \nexists d \mid a \text{, então } a \text{ é primo.}$  → Não divisível por 2, nem por qualquer número maior que ele mesmo + 1!
- $\text{Impar}$
- $\text{Lembre-se que } 2 \text{ também é primo.) Assim como há também números negativos primos.}$
- A2.** Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação
- “tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros”.

FÓRMULA:

P

X ?

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar *apenas* as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, m \in \mathbb{Z}$  e  $m > 1$ ,

$a \equiv a \pmod{m}$  se  $m \mid a - a$

?

INCOMPLETO

A

não use os conectivos lógicos  
como abreviações de texto!!

X A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".

Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

Por sua descrição, BASTA HAVER UM INTEIRO QUE NÃO DIVIDA X, PARA TORNAR X PRIMO.

DEFINIÇÃO.

Um número inteiro  $x$  é primo se existir um inteiro  $k \neq \pm x$  tal que  $x|x$ .

X A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$\exists p \forall q [p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{Z} \wedge \forall l \in \mathbb{Z} (l \mid p \wedge l \mid q)]$$

VOCÊ AFIRMOU QUE EXISTE UM P, PAR, QUE DIVIDE ALGUM Q. ← SIM!

PODE SER QUE P E Q SEJAM O MESMO?

ENTÃO

X B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Pela definição 2, temos:

$$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m | a - b$$

essa é a própria definição. Porque repetir?

Então, para todo  $a$  que é dado, sempre será divisível por  $m$ , pois  $a - a = 0$  e  $0$  é divisível por  $m > 1$ . Logo, temos:

$$a \equiv a \pmod{m} \Leftrightarrow m | a - a$$

SERIA BOM MOSTRAR  
(PELA DEFINIÇÃO 1)

Por exemplo, temos  $a = 5$  e  $m = 2$ , temos:

$$5 \equiv 5 \pmod{2} \Leftrightarrow 2 | 5 - 5 ?$$

$$2 | 0 = 10 ?$$

! sim!

quem?  
"sempre"?  
futuro?

Por que o exemplo?

o que essa frase oferece aqui?

como assim? Isso  
temos diretamente pela def 2.

X A

por que tudo isso?

- A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.
- ~~mas 1 n é q m X m~~
- DEFINIÇÃO.

↓ & 0 ! ?

~~X m &~~

Um número  $x \in \mathbb{Z}$  é primo se ele ~~divide~~ <sup>for</sup> por si mesmo e não ~~divide~~ <sup>for</sup> por nenhum outro número ~~inteiro~~ <sup>divisível</sup> que seja 1 ou -1, existir um  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  $x = k \cdot x$  ( $k=1$ ). Porém não existe um  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $x = k \cdot q$ .

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação ~~que~~ <sup>isto é</sup> falando por elas, mas

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros". **SIM**

FÓRMULA:

$(\exists x \in \mathbb{Z}) [\forall y \in \mathbb{Z}] [y \mid \text{Par}(x)]$  Sendo  $y \in \mathbb{Z}$  e  $\text{Par}(x) = 2x$ .  
 $(\exists x \in \mathbb{Z}) [\forall y \in \mathbb{Z}] [y \mid \text{Par}(x)]$  Sendo  $\text{Par}(x) = 2x$ .  
~~Hum... Ima! Nunca fomelle lógico?~~

~ B

$y \mid x \wedge \text{Par}(x)$

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Já sabemos? Afinal não ~~precisava~~ pra quê, sim?  
 Praticar!

De fato. Sabendo que  $a \equiv a \pmod{m} \rightarrow m \mid a - a$ .

Nesta prova que  $m \mid 0$ .

Seja  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  $0 = k \cdot m$  aqui tu quis " $\Leftarrow$ ".  
 tome  $k=0$ .  $0 = 0 \cdot m$

$0 = 0$  Não era o que queríamos, isso é óbvio **SIM!**

$\therefore m \mid a - a$  e por causa que  $a \equiv a \pmod{m}$ .

## A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

~~Só tem divisores 1 e ele mesmo. Seja  $p \in \mathbb{N}$  tal que  $p \geq 2$ . Dizemos que  $p$  é primo se  $p$  tem exatamente 2 divisores.~~

Como posso provar que é primo sem definições matemáticas condizentes?

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação ~~Se  $p \in \mathbb{N}$  tem divisores~~ ~~se forem todos os divisores de  $p$~~  ~~que sejam naturais~~ ~~e não sejam 1 e o próprio número~~.

~~Se  $p \in \mathbb{N}$  tem divisores que sejam naturais e não sejam 1 e o próprio número, então  $p$  é primo.~~

Se  $p \in \mathbb{N}$  tem divisores que sejam naturais e não sejam 1 e o próprio número, então  $p$  é primo.

Se  $p \in \mathbb{N}$  tem divisores que sejam naturais e não sejam 1 e o próprio número, então  $p$  é primo.

FÓRMULA:

$$\exists x \forall t, q (x = tq \text{ para algum } k \in \mathbb{Z} \wedge \neg \forall q \in \mathbb{Z} q \neq 1 \wedge q \neq x)$$

→ não faz parte

do sistema lógico

"é"

Alô giro não está  
compreensível!

## B

Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO. → Qual o problema usar 0 ??

Seja  $a \in \mathbb{Z}$ , ~~seja  $q \in \mathbb{Z}$  tal que  $q = 0$~~  seja  $m \in \mathbb{Z}$  tal que  $m > 1$ . Segue que  $q = a - a \Rightarrow mq = a - a$ , pois  $q = 0$ , como   
 ~~com base no que?~~  $mq = a - a$  logo  $m \mid a - a$  portanto  $a \equiv a \pmod{m}$ , pelo definição de congruência

→ No sentido na lógica, mas necessita melhorar a forma de trabalhar com as provas, falta clareza.

→ não!  
escreve "e logo" aqui!

## A

- ~~X~~ A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO. IN

Regras:  $m \in \mathbb{Z}$ .  $m$  é primo se e só se  $\exists k \in \mathbb{Z}, k \neq (1, m), k \nmid m$ . (ou seja: não existe outro  $k \in \mathbb{Z} \setminus \{1, m\}$  tal que  $k \cdot k = m$ )

e se  $k = -1$ ? ✓

↳ "outro"? de que?

- A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$\exists i \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z} \mid y = 2i, \forall p \in \mathbb{Z} \Rightarrow p \mid y$$

## B

Prove ou refute a afirmação:

???

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO. se

não há como afirmar que  $x$  existe se não se pode  $m \mid a - a$  é val

$a \equiv a \pmod{m}$  existe se  $m \mid a - a$ , ou seja: existe um  $x \in \mathbb{Z}$  tal que  $m \cdot x = a - a \Rightarrow m \cdot x = 0$ . Boa! se  $x = 0$  então  $m \cdot 0 = 0$ . Logo, como  $x$  é verdadeiro,  $m \cdot 0 = a - a$  então  $m \mid a - a$  (segundo a definição 1) e assim, como  $m \mid a - a$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$  é verdadeira de acordo com a definição 2.

Bem!

deixou implícito  
um "se" aqui

não

evite "com" e "sendo"

A

**“não use como abreviação  
da palavra ‘existe’ !!”**

X A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de “primo”.  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO. (...)  $\exists b \text{ primo sse } \exists q \in \mathbb{Z} \text{ tal que } b = a \cdot q, \text{ com } q=1.$

cadê?

Sejam  $a, b \in \mathbb{Z}$ .  $a|b$  sse  $\exists q \in \mathbb{Z} \text{ tal que } aq = b \text{ e } q = 1$ . ???

↳ Não deixou claro quem seria o primo. ↳ Ordem parece confusa

A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

X “tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros”.

↳  $\exists a \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a = 2k \forall b \in \mathbb{Z} \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tal que } b|a$  parece uma ordem ruim

FÓRMULA:  $\exists a \in \mathbb{Z}, b|a \text{ se, } \exists k, b \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a = 2k$ .

↳ Ordem parece confusa. ↳ Uso do “se” parece desnecessário.

↳ Definir as variáveis antes é melhor.

este pior:  
proibido.

X B

tente traduzir de volta pra português

Prove ou refute a afirmação:

Aqui vc tá supondo o que queres provar!  
para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

→ donde chegou isso?

~~Prova:~~ sejam  $a, b, m \in \mathbb{Z}$ :

Def:  $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m|(a-b) \therefore m \cdot q + b = a, q \in \mathbb{Z}$ . ↳ Não entendi de onde veio.

$\therefore a \equiv a \pmod{m} \Rightarrow m|(a-a) \therefore m|0 \Rightarrow m \cdot q = 0$

Como  $m \geq 1$  então  $q = 0$ .

Ex.:  $5 \equiv 5 \pmod{10} \Rightarrow 10 \cdot 0 + 5 = 5$ .

↳ Uso do exemplo parece desnecessário.

↳ sim!

Faz sentido.

(velo de:  
 $mq = a - b$ )

não use ambos! “se A então B”

“ $A \Rightarrow B$ ”

↳ Achou mais adequado explicitar a definição utilizada.

↳ Acredito que o método certo é partir de uma verdade e chegar na afirmação desejada (mas não tenho certeza disso, até fiz na mesma ordem).

tá OK assim

A

- ~ A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "primo".  
Não suponha que o leitor sabe o que é um número composto.

DEFINIÇÃO.

(também senti falta de um "seja...")

um número  $x$  é primo se não existir  $k \in \mathbb{Z}$ , com  $k \neq 1$  e  $k \neq x$ , tal que  
 $k|x$  assim o 1 seria primo

Não vi problema, só achei estranha a construção

- X A2. Usando uma fórmula de lógica, expressa a afirmação

"tem números pares que são divisíveis por todos os inteiros".

FÓRMULA:

$$(\exists p)(\forall x)(\forall y)(p, x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z} \rightarrow x|y)$$

Não precisava do  $\exists x$   
visto que a ideia era que  
representasse todos os inteiros.  
Só o  $\forall x$  basta.

$$(\exists p)(p \in \mathbb{Z} \wedge \forall x, x \in \mathbb{Z})$$

B

✓ Prove ou refute a afirmação:

para todo inteiro  $a$  e todo inteiro  $m > 1$ ,  $a \equiv a \pmod{m}$ .

Podes usar apenas as definições; qualquer outra afirmação que tu precisarás, deves demonstrar.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Sejam  $a, m \in \mathbb{Z}$ ,  $m > 1$  ✓ Precisa provar  $\Rightarrow$  e depois  $\Leftarrow$ ,  
não? — Não, ele tá afirmando que  
só é equivalente. [Def. 2]

Poderia, também, ter introduzido melhor (calculemos...) Deveria ter suposto antes

$a \equiv a \pmod{m} \Leftrightarrow m | a - a$  [Def. 2] O que significa essa vírgula?

$\Leftrightarrow m | 0 \Leftrightarrow 0 = mq + r$  [Def. 1] é bom usar um ponto final!

Siga  $q = 0$ , logo Qualquer  $m > 1$  divide 0! Como  $a - a = 0$  resulta

conclui que a afirmação é verdadeira. → Não ficou explícito o porque disso, deveria ter sido provado

Por que essa frase?

??

Muito bem!

melhor usar "tome" aqui pois tá referindo ao  $q$  já introduzido

