
Nome: Θάνος

Gabarito

31/08/2018

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.³
- XII. Responda em até 2 dos A, B, C, D.⁴

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

⁴Provas com respostas em mais problemas não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(6) **A**

Escolha **exatamente uma** das **A1** e **A2**.⁵

Defina formalmente...

(3) **A1.** ...o operador unário de intersecção de um conjunto.

DEFINIÇÃO:

$$x \in \bigcap \mathcal{A} \stackrel{\text{def}}{\iff} x \in A \text{ para todo } A \in \mathcal{A}.$$

(6) **A2.** ...o operador unário de produtório cartesiano de família indexada de conjuntos.

DEFINIÇÃO:

Seja $(A_i)_{i \in I}$ uma família de conjuntos indexada por algum conjunto de índices I . Definimos seu produtório pela

$$\prod_{i \in I} A_i \stackrel{\text{def}}{=} \{ (a_i)_{i \in I} \mid a_i \in A_i \text{ para todo } i \in I \}.$$

(8) **B**

Prove ou refute: Para todos os conjuntos A, B ,

$$A \times B = B \times A \iff A = B.$$

PROVA/REFUTAÇÃO.

A afirmação é falsa. Como contraexemplo tome $A := \emptyset$ e $B := \mathbb{N}$ (qualquer $B \neq \emptyset$ serve). Observe que $A \neq B$, mas mesmo assim

$$A \times B = B \times A$$

pois

$$\emptyset \times \mathbb{N} = \emptyset = \mathbb{N} \times \emptyset.$$

⁵Se responder em ambas, tirarás 0 pontos.

(4) **C**

Calcule a extensão do conjunto:

$$\{\{\emptyset\}\} \times \wp\emptyset = \boxed{\{\{\emptyset\}\} \times \{\emptyset\} = \{(\{\emptyset\}, \emptyset)\}}$$

(16) **D**

(16) Sejam $\{A_n\}_n$ e $\{B_n\}_n$ duas seqüências de conjuntos, tais que:

para todo número primo p , $A_p \subseteq B_{2p}$.

Prove ou refute:

$$\bigcap_{n=0}^{\infty} A_n \subseteq \bigcup_{n=10}^{\infty} B_n.$$

PROVA/REFUTAÇÃO.

Vou provar a afirmação.

Suponha $x \in \bigcap_{n=0}^{\infty} A_n$. (1)

Preciso mostrar que $x \in \bigcup_{n=10}^{\infty} B_n$, ou seja, achar um inteiro $m \geq 10$ tal que $x \in B_m$.

Pela (1) temos $x \in A_5$; e como 5 é primo, $A_5 \subseteq B_{10}$ (pela hipótese).

Logo $x \in B_{10}$. Então realmente $x \in \bigcup_{n=10}^{\infty} B_n$.