B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Pergunta: por que aqui eu não reclamei que tu repetiu o enunciado??

Suponha que $a \in \mathbb{Z}$, iremos mostra que $a|a$.
$a|a$ sse exite $q \in \mathbb{Z}$, talque $aq = a$.
Logo, tomando $q = 1$, temos que $a(1) = a$.
Portanto, $a|a$.

Poderia ser dito pela definição 1, temos que $a|b$ sse $aq = b$, então se $a = b$ temos que $a|a$??

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B

Prove ou refute as afirmações:

o que é esse ";"??

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Utilizando a definição 1, sabemos que $n|m$ pode ser escrito como:

$n \cdot q = m$; $q \in \mathbb{Z}$.

ficou estranha essa frase nesse contexto

Logo, n divide ele mesmo, basta $q = 1$.

idéia correta, mas cuidado com a escrita.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

o que é esse ";" ?

Seja $a \in \mathbb{Z}$, temos ~~pelo~~ pela Definição 1

$a | a \Rightarrow a . \underline{k} = a$; $\underline{k} \in \mathbb{Z}$

? k pela def. 1?

evite "sendo"

$\boxed{\text{Sendo}}$ $k = 1$, temos

quem disse que $k=1$?

$a . 1 = a \Rightarrow \boxed{a = a}$

Logo, ~~todo~~ todo inteiro divide ele mesmo. C X

como uma conclusão como a $a=a$ pode ser útil?

Cuidado na tua escrita!!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod m \implies 3^a \equiv 3^b \pmod m.$$

Prova ou Refutação.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

Em outras palavras, tu começou não considerando um inteiro arbitrário, mas um inteiro a que satisfaz a|a.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Seja $a \in \mathbb{Z}$, T.q. existe $c \in \mathbb{Z}$, pela definição 1, com $a = c.a$, então $c = 1$, $1 \in \mathbb{Z}$ e 1 é elemento neutro da multiplicação, portanto $a.1 = a$ e $a|a$

Cuidado!

O enunciado já declarou esses objetos. Não podes redeclará-los!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

Considere H1: $a \equiv b \pmod{m}$

* Pela

$\boxed{\text{Sejam } a, b \in \mathbb{N}, \text{ com } a \neq b}$ e $m \in \mathbb{Z}$ com $m > 1$, T.q. $3^a \equiv 3^b \pmod{m}$, por* definição 2, temos que $m \mid (3^a - 3^b)$, então existe $c \in \mathbb{Z}$, por* definição 1 e H1, $m.c = (3^a - 3^b)$.

Só repetiu o enunciado definindo as operações, não provou nem refutou nada, a questão era provar ou refutar que a primeira afirmação implica a segunda afirmação. existem vários contra exemplos para refutar essa implicação.

$a = 7$
$b = 14$
$m = 7$
é um deles

Sim! cuidado!

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

por que $0 \nmid 0$?

Prova ou Refutação.

Como $0 \in \mathbb{Z}$ e $\boxed{0 \nmid 0}$ então a afirmação é falsa.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

~~Como~~ $\cancel{m \mid 3^b - 3^a}$ ~~e a diferença entre as potências de 3 é~~

"Pela def." + "seja.." não faz sentido aqui.

B

Prove ou refute as afirmações:

nunca use assim!

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Pela definição 1:

Seja $a \in \mathbb{Z}$, $a | a \leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z} / a q = a$

$q = 1$, logo $a . 1 = a$

Você tá concluindo que $a \cdot 1 = a$?

Cuidado com a escrita!

~

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Supondo que ~~x~~, $x \in \mathbb{Z}$. $x = x \cdot q$, $q \in \mathbb{Z}$

$x \mid x$

? ? ? ? ?

sim...

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$m \mid (a-b)$ e $m \mid (3^a - 3^b)$

o que isso quis dizer

$\Rightarrow m = (a-b) \cdot q$ $\quad m = (3^a - 3^b) \cdot q$, $q \in \mathbb{Z}$

$(a-b) \cdot q = (3^a - 3^b) \cdot q$

por que o mesmo inteiro??

$(a-b) = (3^a - 3^b)$

onde está a explicação??? ← exatamente.

B

Prove ou refute as afirmações:

o que essa frase oferece na tua prova?

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Seja $a \in \mathbb{Z}$, $\boxed{\text{Pegando o número } 1,}$ temos $a \cdot 1 = a$.

Logo, pela definição de divisão o a divide ele mesmo.

(como $1 \in \mathbb{Z}$,)

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

Sejam $a, b \in \mathbb{N}$ e $a \neq b$. Já foi definido no enunciado.

Como $a \equiv b \pmod m$, pela def. ~~de~~ $\equiv$, temos que $m \mid a - b$.

Incompleto.

• quem é esse m?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

USE AS DEFINIÇÕES QUE VOCÊ TEM, FACILITA E POUPA TEMPO.

Seja $a \in \mathbb{Z}$. Por definição, a divide a sse existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot q = a$.

Mas daí, para os inteiros positivos $a \cdot 1 = a$ claramente. Para os negativos também.

??

NÃO PRECISO USAR ADJETIVOS ASSIM. TALVEZ NO MÁXIMO UM "TRIVIAL", SE FOR O CASO.

Caso a seja nulo, $a \cdot 1 = a$ continua verdade, pois ~~$(a \cdot 1)$~~ $0 \cdot 1 = 0$.

(não é um adjetivo)

por que considerar os casos separadamente??

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

LEMBRE DE CITAR O USO DA DEFINIÇÃO!

~~Suponhamos $a = 2$, $b = 1$ e $m = 4$.~~

~~$3^a = 3^2 = 9$~~
~~$3^b = 3^1 = 3$~~

Suponhamos $a = 6$, $b = 1$ e $m = 5$.

$6 \equiv 1 \pmod 5 \implies 3^6 \equiv 3^1 \pmod 5$.

$\implies 729 \equiv 3 \pmod 5$. ~~ABSURDO~~

NÃO SERIA BEM UM ABSURDO, ~~POIS NÃO TOMAS A HIPÓTESE COMO VERDADE~~ INICIALMENTE

sim

Pois $729 \equiv 4 \pmod 5$ e $3 \equiv 3 \pmod 5$.

4 não é congruente a 3 no mod 5.

por que esses "$\Rightarrow$"?

BOM CONTRAEXEMPLO!

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

não da pra entender nada com essa equação "seca" sobre uns objetos (q, b, r...) que não conhecemos.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

$$q = q(b + r) \quad \frac{q}{q} = b + r \text{ sendo } r(\text{resto}) = 0 \text{ e } b = 1$$

Considerando que um número dividido por ele mesmo resulta em um $b + r$, é possível afirmar que o resto é sempre 0 e o b é sempre 1, afirmando que todo inteiro divide ele mesmo.

~~resultado~~ Considerando-se b como o ~~resultado~~ da divisão e r o resto, qualquer número dividido por outro resulta em um b + r

X

o que "é possível afirmar que..." significa ???

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B

Prove ou refute as afirmações: o que significa "provar um inteiro"?

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA.
VOU PROVAR USANDO A DEFINIÇÃO 1. SEJA a O INTEIRO QUE DEVEMOS PROVAR.
DEVEMOS ACHAR UM INTEIRO q TAL QUE $aq = a$. TOME $q = 1$. $a1 = a$, DE FATO,
PARA QUALQUER INTEIRO a, SERÁ DIVISÍVEL POR ELE MESMO. (D.1)
?

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA.
USANDO A DEFINIÇÃO 2 (I) $a - b = m k_1$ (D.1) para algum $k_1 \in \mathbb{Z}$
(II) $3^a - 3^b = m \cdot k_2$ (D.1) ...

DEVEMOS CHEGAR A (II) POR (I):

!!! $a - b = m \cdot k_1 \cdot (3^a - 3^b)$???

?? $(3^a - 3^b)(a-b) = m \cdot k_1 \cdot (3^a - 3^b)$

$3^a - 3^b (a-b) = m k_1 \cdot 3^a - m \cdot k_1 3^b$

$3^a - 3^b (a-b) = m (k_1 \cdot 3^a - k_1 \cdot 3^b)$ por que $\in \mathbb{Z}$?

? $3^a - 3^b = m \dfrac{(k_1 \cdot 3^a - k_1 \cdot 3^b)}{(a-b)}$ Se $a - b = 0$? Aqui tu precisarás o

$3^a - 3^b = q_2 \cdot m$.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

VERDADEIRO.
PELA DEFINIÇÃO 2:
TOMANDO $a \in \mathbb{Z}$, $a|a$ SSE EXISTE $q \in \mathbb{Z}$ tal que
$a.q = a$
$q = 1$, $1 \in \mathbb{Z}$; LOGO, VERDADE.

A escrita ficou bizarra. Cuidado, pois a idéia é correta.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

FALSO.
$6 \equiv 2 \pmod 4$; $4.q = 6 - 2$; PELA DEFINIÇÃO 2.
EXISTE $q \in \mathbb{Z}$; $q = 1$.
$3^6 \equiv 3^2 \pmod 4$; $4q = 3^6 - 3^2$, $4q = 81$
NÃO EXISTE $q \in \mathbb{Z}$ tq $4q = 81$
LOGO, FALSO.

$3^6 - 3^2 \neq 81$

sim

Como $3 \equiv (-1) \pmod 4$,
temos $3^6 \equiv (-1)^6 \pmod 4$
$\equiv 1$

e também $3^2 \equiv (-1)^2 \pmod 4$.
$\equiv 1$

B

"existe $q=1$ t.q. ..." ??

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

??

Tome um inteiro x

~~xxx~~

$\boxed{\text{Existe } q = 1 \text{, t.q. } x = 1 . x + 0}$ $(x = qm + 0)$

Apenas um:
$1 . x = x$ & $1 \in \mathbb{Z}$
seria suficiente.

Logo $x | x$, pela def de divisibilidade.

Logo todo inteiro divide ele mesmo.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

isso é o que tu queres provar.

$\boxed{m | a - b \Rightarrow m | 3^a - 3^b}$

$q'm = a - b$ $\qquad$ $q''m = 3^a - 3^b$

apareceram do nada, parece rascunho.

Logo $q''(a - b) = q'(3^a - 3^b)$

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

??

??

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. $\underbrace{\text{Todo inteiro}}_{P}$ $\underbrace{\text{divide ele mesmo.}}_{Q}$

Prova ou Refutação.

Seja $a \in \mathbb{Z}$, pela Definição 1 $a|a$ sse existe $q \in \mathbb{Z}$, tal que $a \cdot q = a$.

Tomemos $q = 1$ ~~para todo a~~, temos então

$a \cdot q = a$

$a \cdot (1) = a$

$\boxed{a = a}$ Para todo $a \in \mathbb{Z}$

cuidado.
Parece que concluiu que todo inteiro é igual a ele mesmo

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

A_1 - Seja ~~[illegible]~~ um número $n \in \mathbb{Z}$, um número (~~ímpar é definido pela expressão~~) é dito ímpar, quando o mesmo pode ser escrito na forma $\underline{2n+1}$

Ex: $3 = 2 \cdot 1 + 1$

B_1 - Por definição, um número divide outro

quem é esse q??

$a \mid b$ sse $a \cdot q = b$

$\boxed{a = b \cdot q + r}$

~~$a - aq = r$~~

~~$a(1-q) = r$~~

$r = 0$

$a \cdot (1-q) = 0$

$\boxed{a = 0}$ $1 - q = 0$

$\boxed{q = 1}$

então basta achar $q \in \mathbb{Z}$ t.q. $a \cdot q = a$ e pronto!

Por quê tudo isso?

~~$a = b \cdot q + r$~~

~~$a = a \cdot q + r$~~

~~$a - r = aq$~~

~~$-r = a \cdot q - a$~~

~~$-r = a(q-1)$~~

Def. 3: Sejam a, b, q e $r \in \mathbb{Z}$. Podemos definir a divisão de um inteiro (um? qual?) na seguinte forma: $a = b \cdot q + r$, onde a configura o dividendo, b o divisor, q o quociente e r o resto da divisão.

então a divisão de um inteiro é uma igualdade?

o que significa "aplicar uma afirmação"?

Qual é "a afirmação da divisão"?

Aplicando a afirmação da divisão de um número por ele mesmo, formamos o ~~quociente~~ divisor (~~da divisão~~) o mesmo número do dividendo, chegando na forma: $a = a \cdot q + r$. (I)

o que um q tem a ver com o outro?

Pela definição 1, ~~[illegible]~~ ~~um número é divide outro quando~~

não.

$a \mid b$ sse $a \cdot q = b$. Dessa forma, para que seja possível a divisão, o resto r, precisa ser 0. Com isso em mente, reorganizamos (I) de modo à isolar o r:

com tua definição de "divisão" como pode ser que uma divisão "não seja possível"?

$r = a - a \cdot q$

$\boxed{r = a \cdot (1-q)}$ (II)

$\boxed{a = 0}$ ou $1 - q = 0 \Rightarrow \boxed{q = 1}$

Como r ~~tem~~ tem de ser zero, chegamos a duas conclusões

No caso de $a = 0$, não importa o quociente usado, pois ao fim, tudo será multiplicado por zero. ?

E para que o número a seja obtido, com um resto 0, determinamos que o quociente na divisão é 1, para qualquer $a \in \mathbb{Z}$, incluindo o 0 obtido anteriormente.

B_3 - Bacana sse $x \mid x+1$

$a \mid b$ sse $a \cdot q = b$

não dá para entender esse raciocínio.

~~$x \cdot q = x+1$~~

~~$x = x \cdot q - 1$~~

~~$x(q-1) = 1$~~

~~$q = \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$~~

$x \cdot q = x+1$

$2n \cdot q = 2n+1$

$2n \cdot (q-1) = 1 \Rightarrow q = \frac{1}{2n} + 1$

$(2n+1) \cdot q = (2n+1) + 1$

$(2n+1) \cdot (q-1) = 1$

$2n+1 = \cancel{Q}$

$(q-1) = \frac{1}{2n+1}$

$q = \frac{1}{2n+1} + 1$

DEAD END

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

pela definição 1 Seja $m \in \mathbb{Z}$,

Se $m \mid m$, então existe um $q \in \mathbb{Z}$, tal que

$m \cdot q = m$

tá supondo o que você quer provar?

Quem é esse q que $q = 1$?

logo ~~$m \cdot 1 = m$~~

$m \mid m$, onde $m \in \mathbb{Z}$ ✓

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Verdadeiro, pois $\forall x \in \mathbb{Z}, x = 1 \cdot x$ e $1 \in \mathbb{Z}$.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja $\underline{a}$ um inteiro, temos:

$a \mid a \leftrightarrow a = Ka$ k: variável não declarada.

Portanto, percebe-se que $\in K$ $(K=1)$ tal que

$a = Ka$ $\cancel{\boxed{\rightarrow a \mid a.}}$

isso é o "pertence" escreva "existe" mesmo!

por que isso?

Correto.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$m \mid a-b \rightarrow a-b = km$

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

$m \mid 3^a - 3^b \rightarrow 3^a - 3^b = km$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Nada foi feito.

$3^{-a} \cdot 3^a \equiv 3^{-a} \cdot 3^b \pmod{m}$

$1 \equiv 3^{b-a} \pmod{m}$

$m \mid 1 - 3^{b-a}$

$3 \equiv 1 \pmod{2}$

$3 \equiv 5 \pmod{2}$

$3^3 \equiv 3^1 \pmod{2}$

$9 \equiv 3 \pmod{2}$

1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

por que não?

zero é inteiro, mas zero não divide ele mesmo.

~~Ocorreto.~~

correto.

~~Tome $a \in \mathbb{Z}$.~~

~~$a.1 = a$~~

seja $a \in \mathbb{Z}$. Vemos que $a.1 = a$ (e $1 \in \mathbb{Z}$)
Então, segundo a definição 1, a afirmativa está correta.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B

por que não??

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~Assumindo que zero não é nenhum (conceito adotado por alguns livros)~~

~~[illegible] Assumindo m como um inteiro maior que zero. Pode-se concluir que m|m, pois existe um K = 1 também inteiro, tal que K.m = m. ∴ Todo inteiro divide ele mesmo.~~

Zero é um número inteiro e zero não pode dividir ele mesmo, pois ocorreria uma indeterminação, logo; A declaração que todo inteiro divide ele mesmo é FALSA. ✓

Faltou expressar prova ou refutação

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

? PROVA OU REFUTAÇÃO.

A partir da definição ∂, conclui-se que: $a - b = m.q$ ~~[illegible]~~

necessários algum

para $q \in \mathbb{N}$. Também pode-se concluir que $3^a - 3^b = m.J$

para algum $J \in \mathbb{N}$. $3^{a-b} = m.J$ e portanto, se a definição for verdade

X

Como? quem disse que $3^a \equiv 3^b \pmod{m}$??

como chegar até aqui?

B

Cuidado: tu quis dizer "definição"?

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

~~SEJA $a \in \mathbb{Z}$, TEMOS QUE $a \mid a$~~, SSE, ~~APLICANDO A TEORIA DA DIVISIBILIDADE~~ SEGUNDO TEOREMA DA DIVISIBILIDADE, $a \mid a$, SSE, $\exists\, k \in \mathbb{Z}$ E $a \in \mathbb{Z}$ TAL QUE $a = a \cdot k$, LOGO $a \mid a$, SSE, $\boxed{k = 1}$

Não, pois 0 não divide 0

por que não??

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

FALSO!

Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$, Utilizando a d_1, podemos fazer: $a = b = 0$ onde teriamos $0|0$, que é uma indeterminação, pois não temos $a.q = b$ ① com $q \in \mathbb{Z}$ único. $\forall$ número satisfaz a equação ①.

onde viu o "único" na Def. 1?

Não é possível encontrar um inteiro q que satisfaça a $0q = 0$?

exatamente!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

Verdade! Aplicando d_1.

Mas dizer que $m | b - a$ implica dizer que existe um $q \in \mathbb{Z}^*$ tal que $m.q = b - a$. Como $a \neq b$ não caimos em uma indeterminação do tipo $0|0$. ← o que isso quis dizer?

Tal explicação prova o que foi pedido?

pois é!

B

por que repetir a def.?

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

por que "outro"?

Um inteiro A divide um inteiro B sse outro inteiro ~~Q~~ existe para que $AQ = B$ sejá verdade.

(Falta informação: para $A = B$, $\exists Q \in \mathbb{Z}$, $Q = 1$) ← ??

Logo, qualquer inteiro A vai dividir ele mesmo pois $A \cdot 1 = A$ (e $1 \in \mathbb{Z}$)

✓

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B

Prove ou refute as afirmações:

evite!!

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Seja a inteiro

quem disse que $a=0$?

Temos que $a \mid a$, $\forall a$ inteiro

Logo sendo $a=0$, temos que $0 \mid 0$.

↳ ZERO

Contradição! Qual é contradição? $0 \mid 0$ sim!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

$a \equiv b \mod(m)$ podem ser escritos da forma ???

$1^a \equiv 1^b \mod(m)$

essa é uma definição? De que?

Pela definição "todas as potências de qualquer nº ímpar são ímpares também"

Temos que $\boxed{3^a \equiv 3^b \pmod{m}} \implies 1^a \equiv 1^b \mod(m)$

mas os valores serão diferentes.

por que importam as ~~conclusões~~ conclusões que ganhamos do nosso alvo?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja um $a \in \mathbb{Z}$, Para que $a|a$ seja verdadeiro tem que existir um $q \in \mathbb{Z}$ tal que $a.q = a$, logo

Para/tomando $q = 1$, ~~é~~ como $1 \in \mathbb{Z}$, ~~isso implica que pelo definição~~

~~todo inteiro divide ele mesmo~~

$a|a$ mesmo.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Caso $a = 7$, $b = 14$ e $m = 7$

$7 \equiv 14 \pmod 7$

$3^7 \equiv 3^{14} \pmod 7$

$3^2.3^2.3^2.3 \equiv (3^2)^2(3^2)^2(3^2)^2.3^2 \pmod 7$ | $3^2 \bmod 7 = 2$

$2.2.2.3 \equiv 2^2.2^2.2^2.2 \pmod 7$ | $2.2.2 \bmod 7 = 1$ e $2^2 2^2 2^2 \bmod 7 = 1$

$1.3 \equiv 1.2 \pmod 7 \Rightarrow 3 \equiv 2 \pmod 7$ (ABSURDO)

REFUTADO

pergunta: você poderia cancelar assim?:

$$\cancel{3^7} \equiv \cancel{3^7}.3^7 \pmod 7$$

$$1$$

$$\therefore\ 1 \equiv 3^7 \pmod 7$$

se sim, por quê?
se não, por que não?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

tá usando a definição? Mas você não tem o a|a!

?

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Note que $a|a$, pois, pela definição, $a.q = a$ (com $q \in \mathbb{Z}$), se $q = 1$, então ~~...~~ podemos dizer que todo inteiro divide ele mesmo.

idéia correta, cuidado na escrita.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja $a = 2$, $b = 1$ e $m = 2$, então, $3^2 \equiv 3^1 \pmod{2}$, ~~...~~ logo, falso, pois $9 \not\equiv 3 \pmod{2}$

não!

isso não é um contraexemplo, pois teus números não satisfazem a premissa:

$$2 \not\equiv 1 \pmod{2} \;!!$$

cuidado!

$q \cdot k \qquad ak = a$

$k = \frac{a}{a}$

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

N PODE SUPOR A AFIRMAÇÃO A SER ~~TESTADA~~ → PROVADA. ← Sim!

$\boxed{\text{Suponha que } a \mid a}$

Pela definição 1, podemos escrever $aq = a$.

Seja $\boxed{q = k}$ → k?? realmente, o que é esse k?

Logo, podemos escrever $ak = a$

ak é múltiplo de a.

Então, $k = a/a$. → DEF DE MÚLTIPLO??? ← não precisa!

Logo, $a \mid a$. ?

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod m \implies 3^a \equiv 3^b \pmod m.$$

Prova ou Refutação.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

não faz sentido falar assim. A <u>expressão</u> a|a só pode ser escrita nesse jeito. Se mudar, vira <u>outra</u> <u>expressão</u>

PROVA.

Dado $a \in \mathbb{Z}$, $a|a$

A expressão $a|a$ $\boxed{\text{pode ser escrita}}$ $\underbrace{a \cdot q = a, \text{ se } q \in \mathbb{Z}}_{\text{uma afirmação sobre a e q}}$

Neste caso, $q = 1$ e $q \in \mathbb{Z}$

uma afirmação sobre a

não tem como ser equivalente

Cuidado na escrita, pois a idéia tá correta!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

REFUTAÇÃO

Para $a = 0$, $b = 3$, $m = 3$

$0 \equiv 3 \pmod 3$ (V) evite

mas

$3^0 \equiv 3^3 \pmod 3$

$1 \equiv 9 \pmod 3$ (F) evite. Use $\not\equiv$ ou escreva "mas <u>não</u> ..."

???

Como tu tens $3 \equiv 0 \pmod 3$,

$3^3 \equiv 0^3 \equiv 0 \pmod 3$

por que tudo isso?

ou: "Seja $a \in \mathbb{Z}$."

ou: "Seja a inteiro."

B

??

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

B1. O correto é "Seja a um número pertencente aos inteiros", que são representados por $\mathbb{Z}$ e não por I. Não disse se era prova ou refutação e não fez uma prova correta, utilizando a definição 1.

sim

Prova ou Refutação.

Seja a $\boxed{\text{um número}}$ $\in I$

Para todo $a > 0$, $\underbrace{a|a}_{\text{afirmação}} = \underbrace{1}_{\text{número}}$

TYPE ERROR!!

X

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

$a = 1$
$b = 2$

$3^1 \equiv 3^2$

Prova ou Refutação. B2 Não disse se é prova ou refutação e não entendeu a definição de Congruência.

sim

Como $a \neq b$, assim $a \not\equiv b$

não!! por quê??

Por exemplo:

Seja:

$a = 1$ e $b = 2$ $\Rightarrow$ $3^1 \equiv 3^2$

$3 \equiv 9$ → O que não é possível.

Qual o teu m?

ou

$3 \equiv 9 \pmod 3$ sim!

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

O que se quer dizer? e quem é q, qual sua utilidade na prova

Pela definição 1, e tomando $q = 1 \in \mathbb{Z}$, temos que ~~vale~~ $a \mid a$

$a \cdot 1 \mid a$, para um a inteiro qualquer. ~~Logo temos que todo inteiro divide ele próprio.~~

??

✓

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

Sejam a, b, m os inteiros $2, 4, 2$.

Temos $2 \equiv 4 \pmod 2$, porém, $3^2 \equiv 3^4 \pmod 2$ ou ainda

$2 \mid 3^{-2}$, é falso.

de onde chegou isso?

$3^2 \equiv 1 \equiv 3^4 \pmod 2$ sim.

O contra exemplo está errado. Para os a, b, m $2, 4, 2$, a afirmação é satisfeita. ← sim.

B

Prove ou refute as afirmações:

ok, vamos supor que $a = 8$ e $q = 12$.

então $8 \nmid 8$??

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

~~[illegible]~~

Sejam a e $q \in \mathbb{Z}$. O $a \mid a$, sse $a = a.q$, o que é verdade pois $q = 1$ torna a afirmação verdadeira. ✓

Só se aplica para o $q = 1$, se $q = 0$ já não é verdadeira a afirmação. ← por que não?

E, tá dizendo "existe $q \in \mathbb{Z}$ t.q. ..." não "para todo $q \in \mathbb{Z}$ ..." ! cuidado!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo. $a \mid a$

não é para escrever nada disso numa prova!! Se quiser usar tem que ficar no rascunho!

Prova ou Refutação.

~~PROVA~~	DADOS	ALVO
SEJA $a \in \mathbb{Z}$ TEM-SE QUE $a \mid a$ SSE $aq = a$ [DEF 1] EXISTE UM q QUE SATISFAZ A CONDIÇÃO ACIMA TOME $q = 1$, TEMOS QUE $a \cdot 1 = a$ ~~PARA QUALQUER VALOR DE a~~ LOGO CONCLUÍMOS QUE $a \mid a$ ✓	~~$a \in \mathbb{Z}$ $q \in \mathbb{Z}$ $q = 1$~~	~~$a \mid a$ $aq = a$~~

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

~~PROVA~~	DADOS	ALVO
SEJAM $a, b \in \mathbb{N}$ & $m \in \mathbb{Z}$ PELA DEF 2, TEMOS QUE provar que $m \mid a-b \to m \mid 3^a - 3^b$ PELA DEF 1, TEMOS QUE $m \cdot q_1 = a - b$ & $m \cdot q_2 = 3^a - 3^b$ quais são? CALCULAMOS: $mq_1 + mq_2 = (a-b) + \boxed{(3^a - 3^b)}$ $m(q_1 + q_2) = (a-b) + \boxed{(a-b)^3}$	~~$a, b \in \mathbb{N}$ $m \in \mathbb{Z}$ $q_1 \in \mathbb{Z}$ $q_2 \in \mathbb{Z}$~~	~~$a \equiv b \pmod{m} \to 3^a \equiv 3^b \pmod{m}$ $m \mid a-b \to m \mid 3^a - 3^b$ $m \cdot q_1 = a - b \to m \cdot q_2 = 3^a - 3^b$~~

POR QUE SOMAR AQUI?

$m(q_1 + q_2) =$

TEM QUE SE PROVAR A IMPLICAÇÃO.

QUE ?!?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Pela prova,
Seja $X \in \mathbb{Z}$, então $X \mid X$.

Se um número qualquer $\in \mathbb{R}$ dividido por ele mesmo sempre será 1, independente da condição, ao reduzir o espaço amostral para $\mathbb{Z}$, [temos que X pode ter diversos divisores, sendo o maior deles, o próprio X] → verdade que nos precisa provar!

divisibilidade é em $\mathbb{Z}$! ? sim!

também não dá para entender.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$\underbrace{a \equiv b \pmod{m}}_{L} \implies \underbrace{3^a \equiv 3^b \pmod{m}}_{R}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Por refutação,

Seja $a = 3$ e $b = 2$, e nesta situação é possível negar a primeira afirmativa, se:

$a \equiv b \pmod{m}$ SSE $m \mid a - B$.

onde $a - B = 1$, portanto $m \in \mathbb{Z}$ tq. $m > 1$ não divide 1.

Para implicação a negativa da 2ª afirmação implica na negativa da 1ª afirmação! (?)

cuidado: aqui um contra-exemplo seria três números que satisfazem a L mas não a R.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Queremos ~~provar~~ provar que $\forall x \in \mathbb{Z}\ [x \mid x]$.

Pela definição 1, temos que $x \mid x$ sse $\exists\, q \in \mathbb{Z}$ tal que $x \cdot q = x$.

Para $q = 1$, temos $x \cdot 1 = x$. Como $1 \in \mathbb{Z}$, está provado.

C

Sim. Cuidado na escrita. Veja o gabarito!

E

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

esses casos são todos os possíveis??

Prova.

Caso m seja par:

Se $a \equiv b \pmod{m}$, caso a e b sejam pares, $3^a \equiv 3^b \pmod{m}$ sempre será verdade pois 3^a e 3^b serão impares, ~~logo seu resto da divisão por um~~ pois são da forma 3^k que sempre é impar número par (ou seja, escrito na forma $2k$ para $k \in \mathbb{Z}$) será sempre 1.

inválida pois, caso $a = 2$ e $m = 6$ o resto de $3^2 \pmod{6} = 3$

~~Caso a e b sejam impares~~, 3^a e 3^b serão impares e o resto da divisão por um número par também sempre será 1.

Afirmação inválida

Pois quando $a = 1$ e ~~m~~ $m > 3$

Teremos $3^a \pmod{m} \equiv 3 \pmod{m}$

A mesma ideia vale caso m seja impar.

o que a paridade dos $a, b, 3^a, 3^b$ tem a ver com nosso objetivo aqui?

cuidado, essa expressão não é definida.

X X

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~Verdadeiro~~ Falso, para qualquer número x, y utilizando a fórmula $x \equiv x \pmod y$ e reescrevendo de forma $y \mid x - x$, y dividirá todos os números pois todo número divide 0, menos o 0 ← porquê?

$0 \mid 0$ sim.

Veja a definição

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO. quem é esse x?

se $x = 0$?

$3 \mid 3^x$ pois pela def. $\exists n \in \mathbb{Z}$ Tq. $3 \cdot n = 3^x$

Base: 2 é igual a m ???

Passo Ind: $3^{a+1} \equiv 3^{b+1} \pmod{2}$

já que $3 \mid 3^x$ então $3 \mid 3^{a+1}$ e $3 \mid 3^{b+1}$

o que leva a $2 \mid (3^{a+1}) - (3^{b+1})$

Portanto Verdade. ? por que?

Como $3 \mid 3^{a+1}$ e $3 \mid 3^{b+1}$ leva a $2 \mid 3^{a+1} - 3^{b+1}$?