quem liga?

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

O que é um número par?

DEFINIÇÃO.

Seja x um número inteiro, dizemos que x é ímpar sse existe $u \in \mathbb{Z}$, tal que $x = 2u + 1$. ✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\underbrace{\forall x\,(x = 2y+1 : x, y \in \mathbb{Z})}\Rightarrow \underbrace{\forall n\,(x^n = 2z+1 : n, z \in \mathbb{Z}) \wedge n \neq 0)}$? ? ? ✓

tente traduzir cada uma dessas "fórmulas" em português.

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

~~Base: tomando~~

Iremos provar que todo potência de um número ímpar é ímpar.

Base: tomando $n = 1$, logo $(2k+1)^1 = 2k+1$. que é ímpar

por que repetir o enunciado?

Hipotese indutiva:

$(2k+1)^n$ é um número ímpar.

queremos provar que:

não tá fazendo indução no x?

$[2(k+1)+1]^n$ também é ímpar.

?? $[2k+2+1]^n$ (pela distri. da multiplicação). ✓

?

~~$[2k+3]^n$~~

~~$[2k+1+2]^n$~~

?? $[2k+3]^n$?! concluir!!

faltam verbos, palavras..? ? cada linha aqui é um número.

[illegible]

Pergunta:
por que aqui eu não
reclamei que tu repetiu
o enunciado??

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Suponha que $a \in \mathbb{Z}$, iremos mostra que $a|a$.
$a|a$ sse exite $q \in \mathbb{Z}$, talque $aq = a$.
Logo, tomando $q = 1$, temos que $a(1) = a$.
Portanto, $a|a$.

Poderia ser dito pela definição 1, temos que $a|b$ sse $aq = b$, então se $a = b$ temos que $a|a$??

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas. Prova ou Refutação.

Verdadeiro, apenas existem dois inteiros bacanas 1 e -1.
Caso tomemos um x diferente de 1 e -1, ~~não é possível usar a definição de di encontrar que~~ $q \in \mathbb{Z}$, ~~tal que $x = (x+1)q$~~
teremos $x + 1 \equiv 1 \pmod{x}$.

e...?

Só isso mesmo.

A

A1. Escrèva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

o -3 não é ímpar?

DEFINIÇÃO.

Um número ímpar é um número natural que pode ser escrito na forma $2k+1$, com k natural.

para algum

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall n,\ n = 2k+1,\ \exists k \in \mathbb{N},\ \exists i \in \mathbb{N},\ n^i = 2y+1,\ y \in \mathbb{N}.$

???

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

Não seguiu o mesmo pensamento.

PROVA.

o que é esse i?

caso base: $i = 0$, $n \in \mathbb{Z}$, $i \in \mathbb{Z}$

$n^i = 2k+1$, $k \in \mathbb{Z}$.

$n^0 = 2k+1$

$1 = 2k+1$

??

não dá para entender. nada.

$0 = 2k$

$k = 0$, logo $i = 0$ é verdade.

Incompleto, falta H.I e provar a "H.I + 1".

!!?!

B

Prove ou refute as afirmações:

o que é esse ";"??

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Utilizando a definição 1, sabemos que $n|m$ pode ser escrito como:

$n \cdot q = m$; $q \in \mathbb{Z}$.

ficou estranha essa frase nesse contexto

Logo, n divide ele mesmo, basta $q = 1$.

idéia correta, mas cuidado com a escrita.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

Prova ou Refutação:

Usando a ~~afirmação~~ 1, temos que

$x \mid x+1$ pode ser escrito como:

$x \cdot q = x+1$? X

?

Incompleta.

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número x é ímpar sse existe um $k \in \mathbb{Z}$ t.q $x = 2k + 1$

?O que é t.q?

$\mathcal{E}$

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall x \in \mathbb{Z} \{x = 2k+1\} \Rightarrow \forall y \in \mathbb{Z} \{x^y = 2k+1\}$

não é uma fórmula mas boa tentativa.

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

o que é esse ";" ?

Seja $a \in \mathbb{Z}$, temos ~~pelo~~ pela Definição 1

$a|a \Rightarrow a.k = a$; $k \in \mathbb{Z}$

? k pela def. 1?

evite "sendo"

$\boxed{\text{Sendo}}$ $k=1$, temos

quem disse que $k=1$?

$a.1 = a \Rightarrow \boxed{a=a}$

Logo, ~~todo~~ todo inteiro divide ele mesmo. C ✗

como uma conclusão como a $a=a$ pode ser útil?

Cuidado na tua escrita!!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Pela definição 1, temos ??

$x \mid x+1 \Rightarrow x \cdot \underline{k} = x+1$ (1) $\underline{k} \in \mathbb{Z}$ ε

$x \cdot \underline{k} = x+1 \Rightarrow \underline{k} = \frac{(x+1)}{x} \Rightarrow \underline{k} \notin \mathbb{Z}$ → por quê?

k pela def. 1 ??

Conclusão: Não existe inteiro x que divida seu sucessor (x+1). Desta forma, não existem inteiros bacanas.

$\frac{1+1}{1}$ é inteiro

$\frac{(-1)+1}{-1}$ também.

Só isso mesmo.

o que essa frase gigantesca oferece?

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja um número $n \in \mathbb{Z}$. n é um número ímpar, sse ele puder ser descrito da seguinte forma $n = 2k+1$, onde $k \in \mathbb{Z}$.

para algum

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall n, k \in \mathbb{Z}$, n é ímpar $\rightarrow n^k$ é ímpar.

não é uma fórmula, mas boa tentativa!

Tenho minhas dúvidas se ~~em~~ fórmulas lógicas usam esse tipo de texto

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Por (A1), sabemos que um número ímpar é representado por $n = 2k+1$. quem é n? quem é k?

o que significa "ser representado por"?

Primeiramente, observemos o caso base, com o expoente sendo zero:

$n^0 = (2k+1)^0 \Rightarrow 1 = 1$ → como pode ser útil concluir 1=1 ???

Com isto, o caso base é verdadeiro.

De forma geral, tomando um expoente i, teremos:

$(2k+1)^i = \binom{i}{0}$

?

creio que falta desenvolver a indução

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

?

Só isso mesmo.

"tal que" não faz sentido aqui.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

Definição.

Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$ t.q. a é ímpar sse $a = 2b - 1$. E se $a = 2b+13$? Não é ímpar?

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

Fórmula: ? ? ?

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

Prova.

? ? ? ?

Em outras palavras, tu começou não considerando um inteiro arbitrário, mas um inteiro a que satisfaz a|a.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja a ∈ ℤ, Tq existe c ∈ ℤ, pela definição 1, com a = c.a, então c = 1, 1 ∈ ℤ e 1 é elemento neutro da multiplicação, portanto a.1 = a e a|a

Cuidado!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

O enunciado já declarou esses objetos. Não podes redeclará-los!

Considere H1: $a \equiv b \pmod m$

Sejam a, b ∈ ℕ, com a ≠ b e m ∈ ℤ com m > 1, Tq. $3^a \equiv 3^b \pmod m$, por* definição 2, temos que $m \mid (3^a - 3^b)$, então existe c ∈ ℤ, por* definição 1 e H1, $m.c = (3^a - 3^b)$.

* Pela

Só repetiu o enunciado definindo as operações, não provou nem refutou nada, a questão era provar ou refutar que a primeira afirmação implica a segunda afirmação. existem vários contra exemplos para refutar essa implicação.

a = 7
b = 14
m = 7
é um deles

Sim! Cuidado!

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja $x \in \mathbb{Z}$, tq. $x \mid x+1$, então por definição 1 temos que existe $k \in \mathbb{Z}$, t.q. $x.k = x+1$, então para dois x inteiros bacanas, temos $x = 1$ e $x = -1$.

X

Você deu dois belos exemplos que funcionam, porém, era pera provar (ou refutar) de só existem dois. Você ~~"demonstrou"~~ não provou.

Sim!

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número é considerado "ímpar" quando for inteiro e ao se dividir por 2 tenho resto 1 ou -1 ?? ou seja 1 ou -1 Cuidado!

Seria resto 1.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall a, b \in \mathbb{Z} \; , \; (2a+1)^{n} = 2b+1$? ?

Poderia ter usado o t.q ← ① nesse caso não faz sentido um "t.q." ② "t.q." não aparece em fórmulas.

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Falta inicializar as variáveis, qual o tipo k, m, b e a?

↑ sim!

Passo base: p/ $n = 2$ $\quad 3^2 = 9 = (2.4+1)$

Passo indutivo:

Hipótese. Dizemos que $(2a+1)^n$ é válido para todo K onde $(2a+1)^K$ O que significa que um número é válido? O que significa "onde" seguido por um número?

Tese: Então $(2a+1)^K$ também é válido p/ $K+1$

como? logo $(2a+1)^{K+1} = 2b+1$

$(2a+1)^{K+1} = (2a+1).(2a+1)^K$

Como $(2a+1)^K = 2b+1$ podemos substituir na fórmula.

$(2a+1).(2b+1) = (\overbrace{2ab+2a+2b}^{2c}+1)$ → quem é c?

Como ab, a e b multiplicam por 2 a soma vai ser um número par. assim: "logo para c inteiro" ???

$(2a+1)^{K+1} = (2c+1)$ $\boxed{\therefore \; p/ \; c \in \mathbb{Z}}$

Faltou concluir que $(2a+1)^{K+1}$ é ímpar!

Cuidado, muitos erros na escrita!!

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

por que $0 \nmid 0$?

Prova ou Refutação.

Como $0 \in \mathbb{Z}$ e $\boxed{0 \nmid 0}$ então a afirmação é falsa.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

~~Como~~ $\cancel{m \mid 3^b - 3^a}$ ~~e a diferença entre as potências de 3 é~~

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja a inteiro, o a é impar sse $a \equiv 1 \pmod 2$ ✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

?

FÓRMULA: $\forall a, k \in \mathbb{Z}^{*}_{+} \quad a \equiv 1 \pmod 2 \rightarrow a^k \equiv 1 \pmod 2$

Boa tentativa!

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

"Pela def." + "seja.." não faz sentido aqui.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

nunca use assim!

Pela definição 1:

Seja $a \in \mathbb{Z}$, $a | a \longleftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z} / a q = a$

$q = 1$, logo $a . 1 = a$

Você tá concluindo que $a \cdot 1 = a$?

Cuidado com a escrita!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas. Prova ou Refutação.

como exatamente [redacted] esse q? foi declarado

Parece rascunho. Não dá para entender.

$x \mid x+1 \leftrightarrow x \cdot q = x+1$

(?) $xq = x+1$,

(?) $xq - x = 1$

(?) $x(q-1) = 1$

(?) $x = \dfrac{1}{(q-1)}$

se $q-1=0$?

$x \in \mathbb{Z}$ sse $q \in \{0,2\}$

$q = 0 \to x = -1$

$q = 2 \to x = 1$

$x \neq -1 \wedge x \neq 1 \to x \notin \mathbb{Z}$

?

Só isso mesmo.

cuidado,
não parece um k.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Sejam $x, k \in \mathbb{N}$ tal que ~~ímpar se~~) ? ~~x = 2k+1 é~~) x é ímpar sse $x = 2k+1$ ....

$\mathbb{Z}$

~~Se~~ ímpar é um número $\boxed{X \in \mathbb{N}}$ tal que $X = 2K + 1$, ~~se~~ ?? $\boxed{K \in \mathbb{N}}$ $\mathbb{Z}$

sem algo aqui a frase não faz sentido!!

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

a fórmula de lógica deveria utilizar apenas os símbolos lógicos

sim

FÓRMULA: X^m é ímpar, $\forall$ $X = 2K+1$, $m \in \mathbb{N}$ e $K \in \mathbb{N}$

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Caso base: Onde está o começo da prova? (Sejam $n, k \in \mathbb{N}$ ....)

Para $m = 0$, tem-se:

$$\underbrace{X^0}_{1} = \underbrace{(2K+1)^0}_{1}$$

Supondo que para $m = Y$, $Y \in \mathbb{N}$, essa fórmula também é válida.

$X^Y = (2Y+1)^Y$. H.I

não era K?

Se para $m = Y$ é válido, então para $m = Y+1$

$X^{Y+1} = (2K+1)^{Y+1} \Rightarrow X^Y \cdot X^1 = (2K+1)^{Y+1}$

de onde veio? Era p/ ser K

$(2Y+1)^Y \cdot (2Y+1) = (2K+1)^{Y+1} \Rightarrow (2Y+1)^{Y+1} = (2K+1)^{Y+1}$

Não sabemos se a igualdade é verdadeira p/ começar pelo lado esquerdo.

Logo, todas potências de X ímpar, também é ímpar.

Portanto

Mal escrito

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Supondo que ~~[illegible]~~, $x \in \mathbb{Z}$. $x = x \cdot q$, $q \in \mathbb{Z}$

$x \mid x$

~~? ? ? ? ?~~ sim...

~~[illegible]~~

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

$m / (a-b)$ e $m \mid (3^a - 3^b)$

o que isso quis dizer

$\Rightarrow m = (a-b) \cdot q$ $\quad m = (3^a - 3^b) \cdot q$, $q \in \mathbb{Z}$

por que o mesmo inteiro??

$\cancel{(a-b) \cdot q = (3^a - 3^b) \cdot q}$

$(a-b) = (3^a - 3^b)$

onde está a explicação ??? ← exatamente.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

A

A1. Escrèva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número x é ímpar, sse existe um a ~~representante~~ $\in \mathbb{Z}$, tal que $x = 2 \cdot a + 1$. ✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

nunca use assim

FÓRMULA: $\forall x (\exists a \in \mathbb{Z} \land \exists n \in \mathbb{N} \mid x^n = (2a+1)^n)$ ✗

* Esta fórmula diz que para todo objeto x, x é impar. (mais ou menos).

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

✗

B

Prove ou refute as afirmações:

o que essa frase oferece na tua prova?

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja $a \in \mathbb{Z}$, $\boxed{\text{Pegando o número } 1,}$ temos $a \cdot 1 = a$.

Logo, (como $1 \in \mathbb{Z}$,) pela definição de divisão o a divide ele mesmo.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Sejam $a, b \in \mathbb{N}$ e $a \neq b$. Já foi definido no enunciado.

Como $a \equiv b \pmod m$, pela def. ~~de~~ $\equiv$, temos que $m \mid a - b$.

Incompleto.

quem é esse m?

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só existem ~~exa~~ os números inteiros bacanas 1 e -1.

Partindo da definição de um número inteiro bacana, temos ~~que~~

??? um $x, a \in \mathbb{Z}$, tal que $x \cdot a = x + 1$.

Logo, não existe um inteiro x que divida o seu sucessor, excluindo os numeros 1 e -1. ← Provar Isso. ← Exatamente!!

Então, temos exatamente dois inteiros bacanas o 1 e -1.

Seja $x = 1$ e $a = 2$, $1 \cdot 2 = 1 + 1 \Rightarrow 2 = 2$.

Seja $x = -1$ e $a = 0$, $-1 \cdot 0 = -1 + 1 \Rightarrow 0 = 0$.

Como uma conclusão "2=2" ou "0=0" pode oferecer algo??

E+

Só isso mesmo.

A

não foi essa tua definição de ímpar!!!

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja $a \in \mathbb{Z}$. Então a é ímpar sse não existe ~~(um inteiro)~~ $q \in \mathbb{Z}$ tal que $q \cdot 2 = a$.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall a \in \mathbb{Z} \,/\, a \equiv 1 \pmod 2,\ \forall n \in \mathbb{N} \,;\, a^n \equiv 1 \pmod 2$??

?? ??

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

~~(Seja $a \in \mathbb{N}$,)~~

~~(Sejam $a, n \in \mathbb{N}$. Se a é ímpar, então)~~

Podia apenas dizer "USANDO A2"

Sejam $a \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}$. Se a é ímpar, então a^n também é. → Hipótese

Caso base: $a^1 = a$. Como a é ímpar, a^1 é ímpar.

Passo indutivo: Suponhamos como verdade a hipótese de (H) que se a é ímpar, a^n também é; Provemos que a^{n+1} também é. Ou seja, provemos agora que $a^n \equiv 1 \pmod 2 \Rightarrow a^{n+1} \equiv 1 \pmod 2$.

$a^n \equiv 1 \pmod 2 \Rightarrow a^n \cdot a \equiv a \pmod 2 \Rightarrow a^{n+1} \equiv a \pmod 2$.

??

Mas ora, $a \equiv 1 \pmod 2$ pela suposição da questão. → A questão não fala nada sobre a. Logo, por transitividade $(a^{n+1} \equiv a \equiv 1 \pmod 2)$ $a^{n+1} \equiv 1 \pmod 2$. Hipótese Verdadeira.

↳ TALVEZ FOSSE MAIS SIMPLES USAR $a = 2n + 1$ COMO DEFINIÇÃO DE ÍMPAR.

SIM!

Qual hipótese?

cuidado com o uso da palavra "hipótese".

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

USE AS DEFINIÇÕES QUE VOCÊ TEM, FACILITA E POUPA TEMPO.

Seja $a \in \mathbb{Z}$. Por definição, a divide a sse existe $q \in \mathbb{Z}$ tal que $a \cdot q = a$.

?? Mas daí, para os inteiros positivos $a \cdot 1 = a$ claramente. Para os negativos também.

NÃO PRECISO USAR ADJETIVOS ASSIM. TALVEZ NO MÁXIMO UM "TRIVIAL", SE FOR O CASO.

Caso a seja nulo, $a \cdot 1 = a$ continua verdade, pois ~~$(a \cdot 1)$~~ $0 \cdot 1 = 0$.

(não é um adjetivo)

por que considerar os casos separadamente??

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

LEMBRAR DE CITAR O USO DA DEFINIÇÃO!

~~(Suponhamos $a = 2$, $b = 1$ e $m = 4$.~~

~~$3^a = 3^2 = 9$~~
~~$3^b = 3^1 = 3$~~

Suponhamos $a = 6$, $b = 1$ e $m = 5$.

$6 \equiv 1 \pmod{5} \implies 3^6 \equiv 3^1 \pmod{5}$.

$\implies 729 \equiv 3 \pmod{5}$. ~~ABSURDO~~

sim

~~NÃO SERIA BEM UM ABSURDO, POIS NÃO TOMAS A HIPÓTESE COMO VERDADE~~ INICIALMENTE

Pois $729 \equiv 4 \pmod{5}$ e $3 \equiv 3 \pmod{5}$.

4 não é congruente a 3 no mod 5.

por que esses "$\implies$"?

BOM CONTRAEXEMPLO!

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Para que $x \mid x+1$ precisa existir um $q \in \mathbb{Z}$ tal que $x \cdot q = x+1$.

o que é esse q?

$x \cdot q = x+1 \Leftrightarrow 2xq = 2x+2$

$x \neq 0$. Pois $0 \cdot q \neq 1$. $0 \mid 1$ é falso.

$x \cdot q = x+1 \Leftrightarrow x \cdot q + x = 2x+1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \cdot (q+1) = 2x+1 \Leftrightarrow x \cdot (q+1) + 1 = 2x+2$.

Logo $x \cdot q = x+1 \Leftrightarrow 2 \cdot x \cdot q = x \cdot (q+1) + 1$. ??

$2 \cdot x \cdot q \overset{x \neq 0}{=} x(q+1) + 1 \Rightarrow 2 \cdot q = q+1+\frac{1}{x}$. Como $q \in \mathbb{Z}$, $2q \in \mathbb{Z}$ também.

Então $q+1+\frac{1}{x}$ precisa resultar em um inteiro, logo $\frac{1}{x} \in \mathbb{Z}$. Sendo possível somente para $x=1$ ou $x=-1$.

INTERESSANTE ABORDAGEM!

... e eles (1 e -1) são bacanas??

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

tal que $a \neq 0$

DEFINIÇÃO.

~~Sejam a, b e inteiros~~ Seja a um número inteiro, a é [redacted] sse o resto da divisão por 2 for 1.

ímpar

de quem?

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA:

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

B

Prove ou refute as afirmações:

não da pra entender nada com essa equação "seca" sobre uns objetos (q, b, r...) que não conhecemos.

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$q = q(b+r)$? $\frac{q}{q} = b + r$ + sendo r (resto) $= 0$ e $b = 1$

Considerando que um número dividido por ele mesmo resulta em um $b + r$, é possível afirmar que o resto é sempre 0 e o b é sempre 1, afirmando que todo inteiro divide ele mesmo.

~~resultado~~ Considerando-se b como o resultado da divisão e r o resto, qualquer número dividido por outro resulta em um $b + r$

o que "é possível afirmar que..." significa ???

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$$\frac{(x+1)}{x} = b + n$$

???

$$\frac{1+1}{1} = \frac{2}{1} = 2 \quad ?$$

$$\frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$ ~~(Não temos um inteiro)~~

X

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

UM INTEIRO X É ÍMPAR SSE EXISTE UM INTEIRO K TAL QUE $X = 2K+1$

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $(2k_1+1)^n = 2q_1+1$ PARA q e K UM INTEIRO QUALQUER. E UM n natural QUALQUER.

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

PRIMEIRO, VERIFICAMOS QUE A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA. TOME $n=2$

$(2K+1)^2 = 2q_1+1$ Por que verificar esse caso específico??

$(2K+1)^2 = 4K^2+4K+1 = 2\underbrace{(2K^2+2K)}_{q_1}+1 = 2q_1+1$. DE FATO, CONFIRMA-SE.

isso não prova A2.

DEVEMOS MOSTRAR QUE EXISTE UM INTEIRO Z TAL QUE

$(2K+1)^{Z+1} = 2q_2+1$ por quê?

Não houve indução.

$(2K+1)^{Z+1} = (2K+1)^Z \cdot (2K+1)$

$= (2q_1+1)(2K+1)$ (POR H.I)

$= 2Kq_1 + 2q_1 + 2K + 1$

$= 2\underbrace{(Kq_1 + q_1 + K)}_{q_2} + 1$

$= 2q_2 + 1$.

REALMENTE, A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA.

B

Prove ou refute as afirmações:

o que significa "provar um inteiro"?

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA.

VOU PROVAR USANDO A DEFINIÇÃO 1. SEJA a O INTEIRO QUE DEVEMOS PROVAR.

DEVEMOS ACHAR UM INTEIRO q TAL QUE $aq=a$. TOME $q=1$. $a1=a$, DE FATO,

PARA QUALQUER INTEIRO a, SERÁ DIVISÍVEL POR ELE MESMO. (D.1)

?

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA.

USANDO A DEFINIÇÃO 2 (I) $a-b = m k_1$ (D.1) para algum $k_1 \in \mathbb{Z}$

(II) $3^a - 3^b = m k_2$ (D.1) ...

DEVEMOS CHEGAR A (II) POR (I):

!!! $a-b = m \cdot k_1 \cdot (3^a - 3^b)$???

?? $(3^a - 3^b)(a-b) = m \cdot k_1 \cdot (3^a - 3^b)$

$3^a - 3^b (a-b) = m k_1 \cdot 3^a - m \cdot k_1 3^b$

$3^a - 3^b (a-b) = m (k_1 \cdot 3^a - k_1 \cdot 3^b)$ por que $\in \mathbb{Z}$?

? $3^a - 3^b = m \dfrac{(k_1 \cdot 3^a - k_1 \cdot 3^b)}{a-b}$ Se $a-b=0$? Aqui tu precisarás o

$3^a - 3^b = q_2 \cdot m.$

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

Prova ou Refutação.

A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA. TOME $X = -1$ e $X = 1$

X

PARA $X = -1$:

~~$(-1+1)q = -1$ (PELA DEFINIÇÃO 1)~~

~~$0 \cdot q = -1$~~

$-1 \cdot q = (-1+1)$ (PELA DEFINIÇÃO 1)

$-1 \cdot q = 0$

$q = 0$.

$q=0$?
Quem é esse q?

Você provou que existem dois inteiros bacanas mas não provou que não existem outros além deles.

SIM!

PARA $X = 1$:

$1 \cdot q = (1+1)$

$1 \cdot q = 2$

$q = 2$.

...

✓

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

A É ÍMPAR SSE EXISTE $q \in \mathbb{Z}$, tal que $A = 2q + 1$

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\exists [k, n_1, n_2 \in \mathbb{Z} \wedge ((2n_1+1)^k = 2n_2+1]$

$k \in \mathbb{N}$ ✓ $k \in \mathbb{Z}$ ✗

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA. tente traduzir tua fórmula de volta para português.

?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

VERDADEIRO.
PELA DEFINIÇÃO 2:
TOMANDO $a \in \mathbb{Z}$, $a \mid a$ SSE EXISTE $q \in \mathbb{Z}$ tal que
$a \cdot q = a$
$q = 1$, $1 \in \mathbb{Z}$; LOGO, VERDADE.

A escrita ficou bizarra. Cuidado, pois a idéia é correta.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

FALSO.
$6 \equiv 2 \pmod 4$; $4 \cdot q = 6 - 2$; PELA DEFINIÇÃO 2.
EXISTE $q \in \mathbb{Z}$ ~~44~~; $q = 1$.
$3^6 \equiv 3^2 \pmod 4$; $4q = 3^6 - 3^2$, $4q = 81$
NÃO EXISTE $q \in \mathbb{Z}$ tq $4q = 81$
LOGO, FALSO.

$3^6 - 3^2 \neq 81$

sim

Como $3 \equiv (-1) \pmod 4$,
temos $3^6 \equiv (-1)^6 \pmod 4$
$\equiv 1$

e também $3^2 \equiv (-1)^2 \pmod 4$.
$\equiv 1$

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

não use * para multiplicação.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Impar é qualquer inteiro que possa ser escrito na forma $2*n+1$, onde n também é inteiro. ✓ ✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall x[\text{impar}(x) \to (\forall n \in \mathbb{Z}[\text{impar}(x^n)])]$ ✓

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

" existe $q=1$ t.q. ..." ??

??

Tome um inteiro x

~~xxx~~

$\boxed{\text{Existe } q = 1 \text{, tq. } x = 1 \cdot x + 0}$ $\quad (x = qm + 0)$

Apenas um: $1 \cdot x = x$ & $1 \in \mathbb{Z}$ seria suficiente.

Logo $x \mid x$, pela def de divisibilidade.

Logo todo inteiro divide ele mesmo.

Logo

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

isso é o que tu queres provar.

$\boxed{m \mid a - b \Rightarrow m \mid 3^a - 3^b}$

$q'm = a - b \qquad q''m = 3^a - 3^b$

apareceram do nada, parece rascunho.

Logo $q''(a-b) = q'(3^a - 3^b)$

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

1 é um inteiro bacana pois $2 = 2 \cdot 1$

-1 é um inteiro bacana pois $0 = 0 \cdot -1$

Não existem outros inteiros bacanas. Prova:

Supomha X inteiro.

X é bacana sse $X \mid X+1$, portanto $X+1 = qX$

↳ Está na forma trocada.

???

Só isso mesmo.

o que isso oferece na tua definição?

???

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO. A formalidade se ~~faz~~ daria por $m \in \mathbb{Z}$.

SEJA m UM NÚMERO INTEIRO, m É ÍMPAR SSE O RESTO DA ~~DA~~ DIVISÃO DE m POR 2 É EXATAMENTE 1. LOGO, m É DA FORMA $2q+1$, $q \in \mathbb{Z}$.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

O que é q? O que é R? Na fórmula também é ~~preciso definir~~ preciso definir.

FÓRMULA: $(2q+1)^n = 2R+1$ ← essa parece ser uma afirmação sobre uns objetos q, n, R.

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA. Mesmo que a hipótese esteja na questão A2, ainda precisa ~~definir~~ defini-la aqui. por quê???

SENDO n UM NÚMERO NATURAL, TEMOS $n_0 = 1$

evite!!

O que é isso? e o que tem a ver com ??

O que é q? O que é R? ← pois é!

1) PARA O CASO BASE $n_0 = 1$

$(2q+1)^1 = 2R+1 \Rightarrow 2q+1 = 2R+1$

O que significa q = R?

o que estas supondo aqui??

?? $2q = 2R$

?? $q = R$, PORTANTO $(2q+1)^1 = 2R+1$ É VERDADEIRA

redundante.

2) PARA TODO $n > n_0$

$(2q+1)^n = 2R+1 \Rightarrow (2q+1)^k = 2R+1$ H.I

~~$(2q+1)^{k+1} = (2q$~~

??

?? $(2q+1)^{k+1} = 2(R+1)+1$

?? $(2q+1)\cdot(2q+1)^k = 2(R+1)+1$???

Não deu para entender nada.

Não Houve Prova sim

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

você precisa dois inteiros?

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

... então se $a \cdot 2+3=b$ b não é ímpar?

Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. Chamamos b um inteiro ímpar ssx $a.2+1=b$ OK!

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

??

FÓRMULA: $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{N} \mid x$ (ímpar) $\Rightarrow x^y \equiv x$ (ímpar) OK!

??

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

"onde k existe"?

o que seria um 2k+1 onde k não existe?

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

não

Seja $n \in \mathbb{Z}$, n é dito ímpar sse n ~~puder~~ pode ser escrito na forma de $2k+1$ $\boxed{\text{onde } k \text{ existe}}$ → faltou precisão ao definir k, existe é muito vago e pode assumir valores racionais, comprometendo a definição. ← sim & sim.

Ficou um pouco sem sentido pela não definição de $k \in \mathbb{Z}$

sim

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall x\, (x \in \mathbb{Z} \land x = 2k+1 \land \exists k \to x^n = (2k+1)^n$

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2.**

$(2k+1)^2 = 4k^2+4k+1$

$2(2k^2+2k)+1$

PROVA.

Seja S o conjunto dos números ímpares e $S \subset \mathbb{Z}$ e $n \in S$ e que k existe.

(I) $n = 1$ e $k = 0$, $n^2 = (2k+1)^x \Rightarrow n = 2(0)+1 = \boxed{n=1}$

(II) Se para $k = p$, $n \in S$, então para $p+1$, $n \in S$.

(III) $n = 2k+1$ ...

Para k,

$n = (2k+1)^x \in S$

Para $p+1$

$n = 2(p+1)+1$, logo

$p+1 = k$, logo por III temos que para $p+1$, $n \in S$.

$(2k+1)$

??

??

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. $\overbrace{\text{Todo inteiro}}^{P}$ $\overbrace{\text{divide ele mesmo.}}^{Q}$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja $a \in \mathbb{Z}$, pela Definição 1 $a|a$ sse existe $q \in \mathbb{Z}$, tal que $a \cdot q = a$.

Tomemos $q = 1$ ~~para todo a~~, temos então

$a \cdot q = a$

$a \cdot (1) = a$

$\boxed{a = a}$ Para todo $a \in \mathbb{Z}$

cuidado.
Parece que concluiu que todo inteiro é igual a ele mesmo

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

falto apenas mostrar o caso em que $x=0$.

NÃO.

a definição não disse ", onde" !!

Sim!

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.
Prova ou Refutação.

Verdade. Pela Definição 1, $x \mid x+1$ sse $x \cdot q = x+1$, onde $q \in \mathbb{Z}$. Para os casos de $x=1$ e $x=-1$, temos:

$q = \frac{x+1}{x} \rightarrow \boxed{q = 1 + 1/x}$ ← o que tu usou de $x = \pm 1$ aqui? Parece que tu precisa apenas $x \neq 0$.

Para $x=1$.

$q = 1 + 1/1 \Rightarrow \boxed{q = 2}$

$x \cdot q = x+1$

$1 \cdot (2) = 1+1$

$\boxed{2=2}$ ← você tá concluindo isso? →

Para $x=-1$.

$q = 1 + 1/(-1) \Rightarrow q = 1-1 = 0$

$x \cdot q = x+1$

$(-1)\cdot(0) = -1+1$

$\boxed{0 = 0}$

Para qualquer outro valor de $x > 1$ ou $x < -1$, teremos a parte $\frac{1}{x}$ de q um valor fracionario, fazendo com que $q \notin \mathbb{Z}$.

Só isso mesmo.

Como você declarou teu $n \in \mathbb{Z}$, agora $2n+1$ é um número fixado. Não é o que tu queres fazer aqui!

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja um número $n \in \mathbb{Z}$, podemos dizer que $\boxed{\text{um número}}$ se configura ímpar quando o mesmo pode ser escrito na forma $2n+1$. Supôs que sabia o que é um número par.

↳ onde?!?

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA:

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

TENTE:

"Seje" um $n \in \mathbb{Z}$ e depois escreva quando esse n é ímpar!

A₁ - Seja um número $n \in \mathbb{Z}$, um número ~~(impar é definido pela expressão)~~ é dito ímpar, quando o mesmo pode ser escrito na forma $2n+1$

Ex: $3 = 2 \cdot 1 + 1$

B₁ - Por definição, um número divide outro

quem é esse q??

$a|b$ sse $a \cdot q = b$

$\boxed{a = b \cdot q + r}$

~~$a - aq = r$~~

~~$a(1-q) = r$~~

$r = 0$

$a \cdot (1-q) = 0$

$\boxed{a = 0}$ $1 - q = 0$

$\boxed{q = 1}$

então basta achar $q \in \mathbb{Z}$ t.q. $a \cdot q = a$ e pronto!

Por quê tudo isso?

~~$a = b \cdot q + r$~~

~~$a = a \cdot q + r$~~

~~$a - r = a q$~~

~~$-r = a \cdot q - a$~~

~~$-r = a(q-1)$~~

Def. 3: Sejam a, b, q e $r \in \mathbb{Z}$. Podemos definir a divisão de um inteiro (um? qual?) na seguinte forma: $a = b \cdot q + r$, onde a configura o dividendo, b o divisor, q o quociente e r o resto da divisão.

então a divisão de um inteiro é uma igualdade?

o que significa "aplicar uma afirmação"?

Qual é "a afirmação da divisão"?

Aplicando a afirmação da divisão de um número por ele mesmo, tornamos o ~~quociente (da divisão)~~ divisor o mesmo número do dividendo,

chegando na forma: $a = a \cdot q + r$. (I)

não. o que um q tem a ver com o outro?

Pela definição 1, ~~um número divide outro quando~~ $a|b$ sse $a \cdot q = b$. Dessa forma, para que seja possível a divisão, o resto r, precisa ser 0. Com isso em mente, reorganizamos (I) de modo à isolar o r:

com tua definição de "divisão" como pode ser que uma divisão "não seja possível"?

$r = a - a \cdot q$

$\boxed{r = a \cdot (1-q)}$ (II) $\boxed{a = 0}$ ou $1 - q = 0 \Rightarrow \boxed{q = 1}$

Como r ~~tem~~ tem de ser zero, chegamos a duas conclusões

No caso de $a = 0$, não importa o quociente usado, pois ao fim, tudo será multiplicado por zero. ?

E para que o número a seja obtido, com um resto 0, determinamos que o quociente na divisão é 1, para qualquer $a \in \mathbb{Z}$, incluindo o 0 obtido anteriormente.

B_3 - Bacana sse $x \mid x+1$

$a \mid b$ sse $a \cdot q = b$

não dá para entender esse raciocínio.

~~$x \cdot q = x+1$~~

~~$x = x \cdot q - 1$~~

~~$x(q-1) = 1$~~

~~$q = \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$~~

$x \cdot q = x+1$

$2n \cdot q = 2n+1$

$2n \cdot (q-1) = 1 \Rightarrow q = \frac{1}{2n} + 1$

$(2n+1) \cdot q = (2n+1) + 1$

$(2n+1) \cdot (q-1) = 1$

$2n+1 = \cancel{0}$

$(q-1) = \frac{1}{2n+1}$

$q = \frac{1}{2n+1} + 1$

DEAD END

Cuidado, não faz sentido essa tese.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

Definição.

n se e somente só é ímpar quando n mod 2 é 1 (Pela Definição 2) ← a Def.2 não definiu esse 'mod'!

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

Fórmula:

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

Prova.

$((2.q)+1)^1 = n \quad (\mathrm{I})$

não dá pra entender esse rascunho.

$((2.q)+1)^{1+n} = n$

$((2.q)+1)^1 \cdot ((2.q)+1)^n = n$

Substituindo

$\cancel{((2.q\ n\ ((2.q)+1)} = n$

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

pela definição 1 Seja $n \in \mathbb{Z}$,

$\boxed{\text{se } n \mid n \text{, então}}$ existe um $q \in \mathbb{Z}$, tal que

$n \cdot q = n$

tá supondo o que você quer provar?

Quem é esse q que $q = 1$?

logo ~~$n \cdot 1 = n$~~

$n \mid n$, onde $n \in \mathbb{Z}$ ✓

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

evite "Sendo"
aqui use "para algum".

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número ímpar é um número inteiro que pode ser escrito da forma $2k+1$ sendo k um número inteiro. ✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação nunca use assim!

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall x (\exists k \,\|\, x^N = 2k+1, N \in \mathbb{N})$ ε

p/todo x? x precisa ser ímpar. Se $x=2$?

sim

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

?? escolhe um inteiro que serve!

$(2k+1)^0 = 1 = 0q+1$ Passo base ✓

Seja q tal que $(2k+1)^N = 2q+1$ Hipótese de indução ✓

Necessário escrever.

$(2k+1)^{N+1} = (2k+1)^N \cdot (2k+1)^1 =$

$= (2q+1) \cdot (2k+1)$ Pela Hipótese de indução

$= 2qk + 2k + 2q + 1$

$= 2\underbrace{(qk+k+q)}+1 = 2F+1$ com $F = qk+k+q$ ✓

✓

(não precisa dar nome para esse inteiro.)

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Verdadeiro, pois $\forall x \in \mathbb{Z}$, $x = 1 \cdot x$ e $1 \in \mathbb{Z}$.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

?

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas. PROVA OU REFUTAÇÃO.

Para $X=0$, $\nexists k \in \mathbb{Z}$ tal que $0 \cdot k = 1$ $\therefore$ 0 não é bacana E

Para $X=1$, $1 \cdot 2 = 2$ $\therefore$ 1 é bacana

Para $X=-1$, $-1 \cdot 0 = 0$ $\therefore$ -1 é bacana

Para $X>1$ ...

?

$2 \cdot k = 3$

$Nq = (N+1)$

$(q-1) = \frac{1}{N}$

$N = 1+k \quad k>0$

$(1+k)\,q = (1+k)+1$

$(1+k)(q-1) = 1$

$(q-1) + k(q-1) = 1$

$k(q-1) = 1-(q-1)$

Só isso mesmo.

A

−3 não é ímpar?

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Dado um número natural n dizemos que ele é ímpar sse não for $\boxed{\text{divisível por dois}}$ → SOMENTE SE NÃO FOR DIVISÍVEL POR DOIS? COMO CHEGOU A TAL CONCLUSÃO?

↳ não é uma conclusão, mas uma definição.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $n \to$ número ímpar, $p \to$ potência ímpar $\}$ $n \to p$ ✓ X

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

não dá para entender esse rascunho.

???

0 : $1^2 \to 1$

1 : $3^2 \to 9$

2 : $5^2 \to 25$

3 : $7^2 \to 49$

⋮

n : $(2n+1)^2 \to 4n^2+4n+1 = 2l+1$; $l = 2n^2+2n$

ESTAMOS FALANDO DE POTÊNCIAS, NÃO NECESSARIAMENTE DE POTÊNCIA DE 2. (sim).

Passo base:

$n=0$: $(2\cdot 0+1)^2 = 1^2 = 1$ (ímpar!)

Passo indutivo:

H.I. Suponha que ~~(2n+1 → n)~~ a expressão é válida para um certo k ~~ímpar~~, ou seja, $\boxed{k \to (2n+1)^2}$. onde $k = 2n+1$ → FICOU CONFUSO :(

qual expressão?

sim :(

T.I: se a expressão vale para k, então devemos provar que vale para $k+1$

⋮

O FLUXO/ALGORITMO DE APLICAÇÃO ESTÁ OK, ACREDITO QUE SE TRABALHASSE MELHOR A IDEIA PARA QUALQUER POTÊNCIA NÃO APENAS POTÊNCIAS DE 2, PODERIA IR BEM

X

O que é essa setinha?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

Prova ou Refutação.

Só isso mesmo.

Um número... é todo aquele ?

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número ímpar(x) é todo aquele que possa ser escrito na forma : $y = 2x + 1$

Faltou definir a que conjunto pertencem os números x e y.

sim.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

Nesse jeito, todo número é ímpar.

FÓRMULA: Se $y = 2x + 1 \rightarrow y^n = 2w + 1$, em que $x, w \in \mathbb{Z}$. ×

Acho que seria apenas necessário y implicar em y^n também sendo ímpar. Definir o w se mostraria complicado para resolver o A3, porque você teria que quebrar a definição de um produto notável geral para chegar a um w, quando seria apenas necessário demonstrar que o último termo sempre daria "+1", tornando o número ímpar.

?

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

não entendi :(

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Seja $\underline{a}$ um inteiro, temos:

$a \mid a \leftrightarrow a = ka$ k: variável não declarada.

Portanto, percebe-se que $\in K$ $(k=1)$ tal que

$a = ka$ $\boxed{\cancel{\rightarrow a \mid a.}}$

isso é o "pertence" escreva "existe" mesmo!

Correto.

por que isso?

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$m \mid a-b \rightarrow a-b = km$

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

$m \mid 3^a - 3^b \rightarrow 3^a - 3^b = km$

Prova ou Refutação.

Nada foi feito.

1	0
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5

$3 \equiv 1 \pmod 2$

$3 \equiv 5 \pmod 2$

$3^{-a} \cdot 3^a \equiv 3^{-a} \cdot 3^b \pmod m$

$1 \equiv 3^{b-a} \pmod m$

$3^3 \equiv 3^1 \pmod 2$

$m \mid 1 - 3^{b-a}$

$9 \equiv 3 \pmod 2$

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$X+1 = KX$

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número inteiro x é ímpar sse $x=2k+1$ para algum k inteiro.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA:

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

por que não?

zero é inteiro, mas zero não divide ele mesmo.

~~Co~~

~~Correto.~~

correto.

~~Tome $a \in \mathbb{Z}$.~~

~~$a \cdot 1 = a$~~

Seja $a \in \mathbb{Z}$. Vemos que $a \cdot 1 = a$ (e $1 \in \mathbb{Z}$)

Então, segundo a definição 1, a afirmativa está correta.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Verdade

caso $x=1$ ou $x=-1$:

para $x=1$, $1 \mid 2$.

para $x=-1$, $1 \mid 0$.

caso $x=0$, $0 \mid 1$ é impossível.

caso $x>1$:

Usando a definição 1, $x \mid x+1 \Rightarrow xq = x+1$, para algum q inteiro. O inteiro que gera o menor ~~o~~ valor quando multiplicado por x é 2. E $2x < x+1$.

Portanto, não existe ~~número~~ x maior que 1 que obedeça $x \mid x+1$.

o inteiro também é maior que o

??

X

caso $x < -1$:

usando a definição 1, $x \mid x+1 \Rightarrow xq = x+1$, para algum q inteiro. O inteiro que gera o maior valor quando multiplicado por x é -2. E $-2x < x+1$.

Portanto, não existe x maior que 1 que obedeça $x \mid x+1$.

X

Só isso mesmo.

o que quis dizer?

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

apenas positivos

Existem alguns $m, K \in \mathbb{N}$, Tais que $m = 2K+1$.

linguagem

isso não é uma definição. Nem aparece a palavra "ímpar"!

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

linguagem matemática incorreta

FÓRMULA: $\exists P \exists J \exists m \exists K\, [P, J, m, K \in \mathbb{N} \wedge m = 2K+1 \Rightarrow m^P = 2J+1]$

apenas uma parte

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

P.I.?

Caso Base: (P.I.)

?

Para $P = 1$; $m^1 = (2K+1)^1 = 2K+1$, o que é Verdade Pela definisão de números Primos.

o que os primos têm a ver?

linguagem

H.I. Seja $f(K) = (2m+1)^K$, Temos que $f(K+1) = (2m+1)^{K+1}$

essa não é uma hipótese

devemos Provar que $(2m+1)^{K+1}$ é Verdade. [redacted]

o que significa que um número é verdade?

$(2m+1)^{K+1} = (2m+1)^K \cdot (2m+1)$ # simplificasão matemática

$(2m+1)^{K+1} = f(K) \cdot (2m+1)$ # Pela Hipótese

não é código!

$(2m+1)^{K+1} = f(K) \cdot f(1)$

Portanto, $f(K+1) = (2m+1)^{K+1}$.

falta a conclusão formal

Logo, concluimos que a expressão é Verdadeira.

qual expressão?

B

por que não??

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

~~Assumindo que zero não é [illegible] (conclusão adotado por alguns livros)~~

~~Assumindo m como um inteiro maior que zero. Pode-se concluir que m|m, pois existe um K = 1 também inteiro, tal que K.m = m. ∴ Todo inteiro divide ele mesmo.~~

Zero é um número inteiro e zero não pode dividir ele mesmo, pois ocorreria uma indeterminação, logo; A declaração que Todo inteiro divide ele mesmo é FALSA.

Faltou expressar prova ou refutação

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

? Prova ou Refutação.

necessários

A partir da definição ∂, conclui-se que: $a - b = m \cdot q$ para algum $q \in \mathbb{N}$. Também pode-se concluir que $3^a - 3^b = m \cdot J$ para algum $J \in \mathbb{N}$. $3^{a-b} = m \cdot J$ é portanto, se a definição for verdade

Como? quem disse que $3^a \equiv 3^b \pmod{m}$??

como chegar até aqui?

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

existe

A partir da definição 1, $x \mid x+1$ se e somente se ~~existir~~ um $q \in \mathbb{N}$, tal que $x.q = x+1$. Porém, para que a expressão ??? quae?! seja verdadeira k deve ser um multiplo de $x+1$. Concluimos que apenas os inteiros 1 e -1 satisfazem a equação. Como?

$\therefore$ Existem Exatamente dois inteiros bacanas.

Por quê?

Falta explicar

Como assim?

sim

linguagem formal

Só isso mesmo.

aqui tem 3 coisas não-relacionadas e apenas a primeira serveria como definição se a gente tivesse a definição desse 'mod'. Cuidado, pois não é o mesmo da Def. 2.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

~~UM NÚMERO É ÍMPAR QUANDO~~ TOME $x \in \mathbb{Z}$, x SERÁ CONSIDERADO ÍMPAR, SSE, $x \bmod 2 = 1$, APLICANDO O TEOREMA DA DIVISIBILIDADE, SE $k \in \mathbb{Z}$, $x = k.2+1$, LOGO UM NÚMERO ÍMPAR É DEFINIDO POR $\boxed{x = 2k+1}$

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $(2k+1)^m = (2k)^m + m.k.1 + (1)^m$,

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

I) ~~CASO BASE~~:

~~SEJA~~

$= 2(2.1) + 2.2 + 1 = \boxed{9}$

~~II) SABENDO QUE O CASO BASE É VERDADE, LOGO O CASO SEGUINTE SERÁ VERDADE~~

I) CASO BASE: SEJA $m = 1$

$(2k+1)^1 = (2k)^1 + 2k.1 + 1^1 = 2k^2 + 2k + 1 = \boxed{2k(k+1)+1}$

$2k + 2k = 4k$

II) CONSIDERANDO QUE O PASSO BASE É VERDADE, TEMOS QUE PARA $(2k+1)+1$, TAMBÉM SERÁ VERDADE ... (ACABÔ TEMPO)

QUE?!?

B

Cuidado : tu quis dizer "definição"?

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~SEJA $a \in \mathbb{Z}$, TEMOS QUE $a|a$~~, SSE, ~~APLICANDO A TEORIA DA DIVISIBILIDADE~~ SEGUNDO TEOREMA DA DIVISIBILIDADE, $a|a$, SSE, $\exists\, k \in \mathbb{Z}$ E $a \in \mathbb{Z}$ TAL QUE $a = a.k$, LOGO $a|a$, SSE, $\boxed{k=1}$

Não, pois 0 não divide 0

por que não??

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

OS INTEIROS BACANAS SÃO ~~(1, -1)~~ 0, 1

1) $\frac{1+1}{1} = \frac{2}{1} = 2$? II) $\frac{-1+1}{-1} = \frac{0}{-1} = 0$?

Ok, mas o que isso tem a ver com a Def. 1?

~~UM INTEIRO É BACANA, SSE~~

~~SEJA x ∈ Z,~~

SEJA A O CONJUNTO DOS INTEIROS BACANAS

$\underbrace{\exists\, x \in A}_{\text{existe?}}$, SSE, $x = 1$ OU $x = -1$

o que são esses x??

por quê? é isso que precisas provar!

Só isso mesmo.

ser capaz de

OBS: ~~Gerar~~ um objeto que satisfaz uma definição não é algo necessário (nem suficiente).

A

A1. Escréva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO. Tendo tal explicação em mãos não sou capaz de gerar números inteiros ímpares.

Um número é dito ímpar se não obedece o Princípio das GAVETAS. "x objetos podem ser colocados em correspondência biunívoca com x gavetas"

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA:

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

com isso 2 é ímpar?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

FALSO!

Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$. Utilizando a d_1, podemos fazer: $a = b = 0$ onde teríamos $0|0$, que é uma indeterminação, pois não temos $a.q = b$ ① com $q \in \mathbb{Z}$ único. $\forall$ número satisfaz a equação ①.

onde viu o "único" na Def. 1?

Não é possível encontrar um inteiro q que satisfaça a $0q = 0$?

exatamente!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Verdade! Aplicando d_1.

Mas dizer que $m | b - a$ implica dizer que existe um $q \in \mathbb{Z}^*$ tal que $m.q = b - a$. Como $a \neq b$ não caímos em uma indeterminação do tipo $0|0$. ← o que isso quis dizer?

Tal explicação prova o que foi pedido?

pois é!

→ **B3.** Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

Prova ou Refutação.

Verdade!

De fato: $(1, -1)$ satisfaz a expressão do inteiro x ser bacana. $1 \mid 1+1$ e $-1 \mid -1+1$.

Correto!

não.

Achou dois, então provou "pelo menos dois". Queremos

~~Falta provar~~

Só isso mesmo.

boas correções!

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO. Um número ímpar A é qualquer $A \in \mathbb{N}$ $\mathbb{Z}$ que não seja divisível por 2, logo $2 \nmid A$.

~~Um número $A \in \mathbb{Z}$ é ímpar sse existe $Q \in \mathbb{Z}$ tal que $2Q+1 = A$, pois um número par é qualquer $2Q = B \in \mathbb{Z}$.~~

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

exatamente!

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: ~~Tomando um número ímpar como $A \in \mathbb{N}$ e $Q \in \mathbb{N}$ tal que $2Q+1 = A$, logo $(2Q+1)^n = (2Q)^n + 1$ e como $2 \mid (2Q)^n$ e $2 \nmid 1$ a afirmação acima é verdadeira.~~

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Queremos provar que sendo $2q+1$ um número ímpar, todas as suas potências são ímpares, $(2q+1)^n$ onde $n \in \mathbb{N}$.

provemos que para $n=1$ é verdade:

$(2q+1)^n \Rightarrow (2q+1)^1 = \boxed{(2q)^1 + 1} \Rightarrow 2q+1 \Rightarrow$ Verdade

???

???

supondo que para $n=k$ é verdade.

$(2q+1)^k$ H.I ← tua HIPÓTESE é um... número??

provemos que é verdade quem? para $k+1$:

$$(2q+1)^{k+1} = \underbrace{(2q+1)^k}_{H.I} \cdot (2q+1)^1$$

~~Como~~ ~~Tomando~~ Como $(2q+1)^k$ é a nossa H.I e $2q+1$ é ímpar, logo o produto de ímpares resulta em outro ímpar, tornando assim que $\boxed{(2q+1)^{k+1} \text{ é verdade}}$ para qualquer $k \in \mathbb{N}$.

o que significa que um número é verdade?

o 3^7 é verdade?

por que repetir a def.?

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

por que "outro"?

Um inteiro A divide um inteiro B sse outro inteiro Q exista para que $AQ = B$ sejá verdade.
(Falta informação: para $A = B$, $\exists Q \in \mathbb{Z}$, $Q = 1$) ← ??
Logo, qualquer inteiro A vai dividir ele mesmo pois $A \cdot 1 = A$ (e $1 \in \mathbb{Z}$)

✓

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas. PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

depois de ∀,∃ tem que seguir apenas uma variável.

isso é um número.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja a inteiro

O a é impar sse o resto da divisão $|2/a|$ ~~for~~ 1 X

↳ módulo ↳ = igual

tu quis dizer "de a por 2". Seria correto.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

Se $a=1$, $(2\cdot1+1)*(2\cdot1+1)=2\cdot1+1$?

FÓRMULA: $\forall (2a+1),\ (2a+1)*(2a+1)=2a+1$ X a = inteiro positivo

↳ Onde fica $3^2, 3^4, 3^5$ está considerando apenas x^2 onde x é impar. ← sim.

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Seja a inteiro positivo e X ímpar ímpar $= 2a+1$

Temos que $X_1 * X_1 = X_2$ são todos exatamente impares.

O que significa "ser exatamente ímpar"?

Suponha que X + 2 é impar $X+2=(2a+1)+2$

Supor? não é um fato, dado que x é ímpar?

Temos que $(X_2+2)*(X_2+2)=X_3+2$ também serão todos impares. ??

X

Revise indução

A2 $\forall a,b,c \in \mathbb{N}$

$(2a+1)^b = c,\ 2 \nmid c \neq 0$

não divide

B

Prove ou refute as afirmações:

evite!!

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Seja a inteiro

quem disse que a=0?

Temos que $a \mid a$, $\forall a$ inteiro

Logo sendo $a=0$, temos que $0 \mid 0$.

↳ ZERO

Contradição! Qual a contradição? $0 \mid 0$ sim!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

$a \equiv b \mod(m)$ podem ser escritos da forma ???

$1^a \equiv 1^b \mod(m)$

essa é uma definição? De que?

Pela definição "todas as potências de qualquer nº ímpar são ímpares também"

Temos que $\boxed{3^a \equiv 3^b \pmod{m} \implies} 1^a \equiv 1^b \mod(m)$

mas os valores serão diferentes.

por que importam as ~~conclusões~~ conclusões que ganhamos do nosso alvo?

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

existe

Um número x é ímpar sse ~~existir~~ um $k \in \mathbb{Z}$ tal que $x = 2k+1$ ✓ ✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

Se fechar aqui mesmo, não tem n depois!

FÓRMULA: $\forall m \in \mathbb{Z} (m = 2k+1, k \in \mathbb{N}) \land \forall p \in \mathbb{N} \rightarrow (m^p = 2k'+1, k' \in \mathbb{N})$ ✓

Boa tentativa!

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA. "Seje" variáveis, não expressões/termos.

Sejam $2k+1$, $2k'+1$ e $2k''+1$ onde $k, k', k'' \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}$

dizemos que para qualquer $n \in \mathbb{N}$ todo número na forma $(2k+1)^n = 2k''+1$??

CASO BASE $P(0)$ ← Precisas definir esse $P(-)$ se quiser usá-lo.

$\forall k [(2k+1)^0 = 1]$ e $1 = 2.0+1$ e $1 \in$ ímpar

$P(m) \rightarrow P(m+1)$

$\forall m [(2k+1)^m = 2k'+1 \Rightarrow (2k+1)^{m+1} = 2k''+1]$ (I) ✓

$(2k+1)^m . (2k+1) = 2k''+1$ [def. soma do expoente]

$(2k'+1).(2k+1) = 2k''+1$ [def. (I)] ?

$2(2kk'+k+k')+1 = 2k''+1 \Rightarrow 2kk'+k+k' = k''$

idéia correta, cuidado na escrita!

visto que $k, k' \in \mathbb{Z}$ e o dobro de qualquer inteiro é par $2.(2kk'+k+k')+1$ é ímpar.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Seja um $a \in \mathbb{Z}$. Para que $a | a$ seja verdadeiro tem que existir um $q \in \mathbb{Z}$ tal que $a.q = a$, logo

Para/tomando $q = 1$, como ~~e~~ $1 \in \mathbb{Z}$, ~~isso implica que pelo definição todo inteiro divide ele mesmo~~

$a|a$ mesmo.

✓

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

Caso $a = 7$, $b = 14$ e $m = 7$

$7 \equiv 14 \pmod 7$

$3^7 \equiv 3^{14} \pmod 7$

$3^2.3^2.3^2.3 \equiv (3^2)^2(3^2)^2(3^2)^2.3^2 \pmod 7$ / $3^2 \bmod 7 = 2$

$2.2.2.3 \equiv 2^2.2^2.2^2.2 \pmod 7$ / $2.2.2 \bmod 7 = 1$ e $2^2 2^2 2^2 \bmod 7 = 1$

$1.3 \equiv 1.2 \pmod 7 \Rightarrow 3 \equiv 2 \pmod 7$ (ABSURDO)

REFUTADO

pergunta: você poderia cancelar assim?:

$$\cancel{3^7} \equiv \cancel{3^7}.3^7 \pmod 7$$

$\therefore\ 1 \equiv 3^7 \pmod 7$

se sim, por quê?
se não, por que não?

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.
PROVA OU REFUTAÇÃO.

$x \mid x+1$ isso significa que $x \cdot \varphi = x+1$, $x, \varphi \in \mathbb{Z}$

...

X

Só isso mesmo.

O que significa que um número é verdadeiro?
O 3^7 é verdadeiro?

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Ímpar é um número inteiro ~~que~~ que pode ser escrito na forma $2k+1$, com $k \in \mathbb{Z}$.

1- A definição está correta, mas a suposição do leitor é dada para impedir a justificativa "sucessor do par"!!

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall x\,((2k+1)^x \to 2q+1))$ com x, k e $q \in \mathbb{Z}$.

1- Apenas fechar o parêntese

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Caso base:

Sendo 1 o menor número inteiro positivo, $1^k = 1$, um é ímpar e seu resultado elevado a qualquer ~~ímpar~~ potência ~~gera~~ resulta um número ímpar, logo o passo base é correto.

é exatamente isso que queremos provar!!

Passo indutivo:

Seja k um número inteiro ímpar e n um número inteiro, tal que k^n * ~~\[illegible\]~~

Se k^n é verdadeiro, então k^{n+1} também o será.

* Note que k é ímpar, logo ele pode ser escrito por $2x+1$, com $x \in \mathbb{Z}$. Assim, $(2x+1)^{n+1} = (2x+1)^n(2x+1)$. Como nossa H.I ($k^n$) é um número ímpar, podemos escrevê-lo na forma $2q+1$, $q \in \mathbb{Z}$, assim $(2q+1)(2x+1) = 4qx + 2q + 2x + 1 = 2(2qx + q + x) + 1$ e como $2qx + q + x \in \mathbb{Z}$, então, chamemos eles de y, temos um número na forma $2y+1$, $y \in \mathbb{Z}$ e, ~~portanto~~, ímpar. ∎

confundiu a indução.

Tem "type error" pois

1- A afirmação está meio estranha. Sim! k^n é um número, não uma afirmação!

2- Creio que visando a economia de espaço, algumas coisas podem ter sido sintetizadas corretamente, mas numa ordem confusa.

* Creio que com o conectivo certo, as frases marcadas se encaixariam perfeitamente.

B

Prove ou refute as afirmações:

tá usando a definição? Mas você não tem o a|a!

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

?

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Note que $a | a$, pois, pela definição, $a . q = a$, se $q = 1$, (com $q \in \mathbb{Z}$).
então ~~Portanto, se a = ..., diríamos que ..., ou logo ..., q ..., que é um absurdo, logo, falso~~
podemos dizer que todo inteiro divide ele mesmo.

idéia correta, cuidado na escrita.

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja $a = 2$, $b = 1$ e $m = 2$, então, $3^2 \equiv 3^1 \pmod{2}$,

~~pela definição, ...~~ logo, falso, pois $9 \not\equiv 3 \pmod{2}$

não!

isso não é um contraexemplo, pois teus números não satisfazem a premissa:

$2 \not\equiv 1 \pmod{2}$!!

cuidado!

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$x \mid x+1 = x \mid x-(-1)$, pela definição de congruência,
$x \equiv -1 \pmod{x}$, pela propriedade de exponenciação da congruência
$x^2 \equiv 1 \pmod{x}$, assim, $x \mid x^2-1 = x.q = x^2-1$, pela
definição de $\mid$. Note que $x.q = (x-1)(x+1)$ e portanto
$q = \frac{(x-1)(x+1)}{x}$. Como $x \mid x+1 = x.q = x+1$ e q, então
$x.\frac{(x-1)(x+1)}{x} \neq x+1$ (ignore)

1 - Ignorado :v

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar".
Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

realmente, a corretude dessa definição depende na tua def. de "divisão".

DEFINIÇÃO.

$\mathbb{R}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$???

Número ímpar é todo número que, quando dividido por 2, tem resto diferente de zero.

↳ O QUE É RESTO?? DEF.?

Def 1 ↳ não é a Def.1 aqui!

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

sim

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: ~~Supondo~~ ~~Suponha que x é ímpar, logo x^n também é ímpar.~~

Seja $a, b \in \mathbb{Z}$. $a \nmid 2$ então $a^b \nmid 2$.

↳ $2 \nmid a$ ↳ $2 \nmid a^b$

EXP. LÓGICA!!! $\forall, \exists, \wedge, \vee$...

não! faz sentido total escrever (afirmar) que 1 é ímpar

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

ESTÁ ROUBANDO!

TRAZER DEF. DE ÍMPAR

Caso base: $b = 0$

Para $b = 0$, $a^0 = 1$

1 é ímpar, logo, o caso base é verdadeiro.

Hipótese indutiva: Suponha que a é ímpar, logo a^b também é ímpar. Suponha que $b = K$.

Tese: Suponha a hipótese, provarei que x^{K+1} também é ímpar.

↳ QUE X?? ONDE ELE FOI DEFINIDO?

PASSO INDUTIVO: ??

RELAÇÃO COM A BASE, H.I.?

Veja o gabarito!

Para usar indução, precisas um alvo da form

$$(\forall n \in \mathbb{N})[\ \text{Algo}(n)\ ]$$

Qual teu "Algo" aqui?

$x^{K+1} = n+1$

x^{K+2}

$q = k$ $ak = a$

$k = \frac{a}{a}$

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

← Sim!

Ñ pode supor a afirmação a ser ~~testada~~ → PROVADA.

$\boxed{\text{Suponha que } a | a}$

Pela definição 1, podemos escrever $aq = a$.

Seja $\boxed{q = k}$ → k?? realmente, o que é esse k?

Logo, podemos escrever $ak = a$

ak é múltiplo de a.

Então, $k = a/a$. → DEF DE MÚLTIPLO???

não precisa!

Logo, $a | a$. ?

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

quando souber que $x | x+1$.

Pela definição 1, podemos escrever que $xq = x + 1$.

$\boxed{\text{Seja } q = K.}$ ⇒ K NÃO FOI SEJADO

Logo, podemos escrever $\boxed{xK = x + 1.}$

COM ISSO VOCÊ NÃO MOSTROU NEM UM Nº QUE SE ENQUADRA

↳ MAS COMO ISSO PROVA QUE TEM EXATAMENTE 2 Nºs BACANAS QUE SATISFAÇAM A CONDIÇÃO ???

sim...

X

sim.

X

$x \mid x+1$ o que você tá tentando "accomplishar" com isso?

(efetuar?)

$xq = x+1$

$q = K$

$x \mid x+1$

x

$xK = x+1$

$K = \frac{x+1}{x}$

$K_1(xq) = (x+1)K_2$

$x K_1 q = K_2 x + K_2$

$xK =$

$\frac{K_1(xq)}{K_2} = x+1$

$\frac{x}{x} + \frac{1}{x}$

Só isso mesmo.

IMPORTANTE → "para algum"

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um ~~número~~ x é dito ímpar, sse $x = 2K+1$, tal ~~que~~ $K \in \mathbb{Z}$ e $2 \mid 2K$ ← Redundante ← sim

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $x^n = (2i+1)^n$ X Essa expressão não especifica quem é X ou N.

Sim!

Portanto poderia significar que a igualdade é válida apenas para X e n (ei) específicos, por exemplo.

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA. quem é esse n?

Passo base

Para $n = 0$: $(2i+1)^0 = 1$ $i \in \mathbb{Z}$ quem é esse i?

Passo indutivo

(H.I) Para $n = K$: $x^K = (2i+1)^K$ é ímpar k não foi declarado também.

(TESE) $x^{K+1} = (2i+1)^{K+1}$

$= (2i+1)(2i+1)^K$

$2i+1 = $ ímpar

$(2i+1)^K = $ ímpar pela hipótese } não use "=" assim!

A multiplicação de 2 números ímpares é ímpar, logo: ↳ (por quê?)

$x^{K+1} = (2i+1)^{K+1}$ é ímpar.

A idéia correta, mas cuidado na tua escrita.

Veja bem o gabarito!

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

não faz sentido falar assim. A expressão a|a só pode ser escrita nesse jeito. Se mudar, vira outra expressão

PROVA OU REFUTAÇÃO.

PROVA.

Dado $a \in \mathbb{Z}$, $a|a$

A expressão $a|a$ $\boxed{\text{pode ser escrita}}$ $\underbrace{a \cdot q = a, \text{ se } q \in \mathbb{Z}}_{\text{uma afirmação sobre a e q}}$

Nesta caso, $q = 1$ e $q \in \mathbb{Z}$

uma afirmação sobre a

não tem como ser equivalente

Cuidado na escrita, pois a idéia tá correta!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~[illegible]~~ REFUTAÇÃO

~~[illegible]~~

Para $a = 0$, $b = 3$, $m = 3$

$0 \equiv 3 \pmod{3}$ (V) evite

mas

$3^0 \equiv 3^3 \pmod{3}$

$1 \equiv 9 \pmod{3}$ (F) evite. Use $\not\equiv$ ou escreva "mas não ..."

???

Como tu tens $3 \equiv 0 \pmod{3}$,

$3^3 \equiv 0^3 \equiv 0 \pmod{3}$

o que ":" significa?
Aqui tu quis dizer $\Rightarrow$? $\Leftrightarrow$? $\Leftarrow$?

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas. PROVA OU REFUTAÇÃO.

PROVA

$x \mid x+1$: $x \equiv -1 \pmod{x}$

Para $x=1$ $\quad 1 \equiv -1 \pmod{1}$ $\quad 0 \equiv 0 \pmod{1}$ (V)

Para $x=-1$ $\quad -1 \equiv -1 \pmod{-1}$ (V)

Não entendi muito bem mas acho que isso não prova que não existem mais de 2 números bacanas.

exatamente!
Faltou o "exatamente"!

Boa abordagem!

Mas, tendo as Def 1 & 2, tua primeira linha precisaria uma curta explicação (mini-prova).

Só isso mesmo.

Número impar é todo número Inteiro que dividido por 2

produz um número exatamente Inteiro e sem restos

A.1. A partir do "como resultado", o restante não faz sentido. O correto seria "como resultado 1" ou "como resto da divisão por 2, o valor 1".

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Número impar é todo número Inteiro que dividido por 2 tem como resultado exatamente um número Inteiro não produzindo restos.

não dá pra entender. A divisão entre dois inteiros quando definida sempre produz dois inteiros: o quociente e o resto

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: Sejam $a, x \in N$, Para todo $x \bmod 2 \neq 0$, $(x^a) \bmod 2 \neq 0$

A2. Depois de um quantificador (como o para todo / ∀, deve vir uma variável e não uma afirmação. O correto seria "para todo x [$x \bmod 2 \neq 0 \to x^a \bmod 2 \neq 0$]

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2.**

Sejam $a, x \in N$

PROVA.

Sim!

por que tudo isso?
ou: "Seja $a \in \mathbb{Z}$."
ou: "Seja a inteiro."

B

??

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

B1. O correto é "Seja a um número pertencente aos inteiros", que são representados por $\mathbb{Z}$ e não por I. Não disse se era prova ou refutação e não fez uma prova correta, utilizando a definição 1.

sim

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Seja a $\boxed{\text{um número}}$ $\in I$

Para todo $a > 0$, $\underbrace{a|a}_{\text{afirmação}} = \underbrace{1}_{\text{número}}$

TYPE ERROR!!

X

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

$a=1$
$b=2$
$3^1 = 3^2$

PROVA OU REFUTAÇÃO. B2 Não disse se é prova ou refutação e não entendeu a definição de Congruência.

sim

Como $a \neq b$, assim $a \not\equiv b$

não!! por quê??

Por exemplo:
Seja: $a = 1$ e. $b = 2$ $\Rightarrow$ $3^1 \equiv 3^2$

$3 \equiv 9$ → O que não é possível.

$3 \equiv 9 \pmod 3$ sim!

Qual o teu m?

ou

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

$x=0$ $0 \mid 1 = 1$

$x=1$ $1 \mid 2 = 2$

$x=2$ $2 \mid 3$

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um inteiro x qualquer se diz ímpar sse existe um inteiro k de modo que $x = 2k + 1$

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\exists x \exists n \exists k \exists \ell (x \in \mathbb{Z} \wedge k \in \mathbb{Z} \wedge x = 2k+1 \wedge \ell \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{Z} \wedge x^n = 2\ell + 1)$

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

a^b

cuidado, não é um 'caret' ^ : $a \wedge b$.
é um 'wedge' : $a \wedge b$.

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

O que se quer dizer? e quem é q, qual sua utilidade na prova

Pela definição 1, e tomando $q = 1 \in \mathbb{Z}$, temos que ~~vale~~ $a \mid a$

$a \cdot 1 \mid a$, para um a inteiro qualquer. ~~Logo temos que todo~~ ~~inteiro divide ele próprio.~~

??

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Sejam a, b, m os inteiros $2, 4, 2$.

Temos $2 \equiv 4 \pmod 2$, porém, $3^2 \equiv 3^4 \pmod 2$ ou ainda $2 \mid 3^{-2}$, é falso.

de onde chegou isso?

$3^2 \equiv 1 \equiv 3^4 \pmod 2$ sim.

O contra exemplo está errado. Para os a, b, m 2, 4, 2, a afirmação é satisfeita. ← sim.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

Prova ou Refutação.

Pela definição 1, um inteiro $n \mid n+1$ sse existe um inteiro q tal que $nq = n+1$. Este q nunca satisfará a igualdade e portanto não há números bacanas. Isso não é verdade para quando $n=1$ ou $n=-1$

X

sim

Só isso mesmo.

Obs: estranho usar maiusculo como teu nome para um inteiro arbitrário (nesse

essa expressão não foi definida!

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Seja $A \in \mathbb{Z}$, A é impar sse $A \pmod 2 \equiv 1 \pmod 2$.

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: Se A é impar, então A^* também é impar.

descrever o que x representa, é inteiro? é real? é impar?

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Queremos provar por indução que $\boxed{A}$ ~~$\boxed{\text{sendo impar}}$~~ qualquer Potência de A também será impar.

Seja A impar, A pode ser escrito na forma $2X+1$, com $x \in \mathbb{Z}$.

Parece que já declarou

evite. use "para algum"

queremos Provar que $(2x+1)^n$ também será impar.

Caso base: $n=1$

$$(2x+1)^1 = 2x+1$$

o que é verdade. o que é verdade?

o que significa que um número é verdade?

Hipótese: Consideremos $(2x+1)^m$ verdade para um ~~dete~~ certo $\boxed{k = m}$, ~~com~~ $k \in \mathbb{N}$, $\boxed{\text{fazendo valer}}$ a sentença $\boxed{(2x+1)^k}$

errada essa parte!

Nesse caso ~~[illegible]~~ faltou também o passo de provar para o próximo impar $k = m+1$ ← ???

escreva "satisfazer"

TYPE ERRORS!

Essa é uma sentença??

B

Prove ou refute as afirmações:

ok, vamos supor que $a = 8$ e $q = 12$. então $8 \nmid 8$??

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~Seja a ... e logo q ...~~

Sejam a e $q \in \mathbb{Z}$. $a \mid a$, sse $a = a \cdot q$, o que é verdade pois $q = 1$ torna a afirmação verdadeira. ✓

Só se aplica para o $q = 1$, se $q = 0$ já não é verdadeira a afirmação. ← por que não?

E, tá dizendo "$\underbrace{\text{existe}}_{\exists}$ $q \in \mathbb{Z}$ t.q. ..."

não "para todo $q \in \mathbb{Z}$ ..." ! cuidado!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.
Prova ou Refutação.

Só isso mesmo.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

UM NÚMERO $n \in \mathbb{Z}$ É ÍMPAR SSE EXISTE UM $q \in \mathbb{Z}$, T.q $n = 2q - 1$ ✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: ~~[illegible]~~ $(\forall n \in \mathbb{Z})[\exists q \in \mathbb{Z} \mid n^k = 2q-1]$

NÃO SABEMOS QUEM É O K.

sim!

PELA DEF A1.

COMO ESTÁ ESCRITO, ISSO NOS DIZ QUE para todo n, qualquer potência pode ser escrita como $2q-1$, inclusive as pares, mas queríamos definir para todos os ímpares. ✓

?

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

quais são?

INDUÇÃO

$P(n) \overset{def}{\iff} n^k = 2q - 1$

não qualquer, mas a k-ésima

deveria ser: $0^k = 2q-1$ pois

→ BASE

$P(0) \iff n^0 = 2q - 1$

$n^0 = 2 \cdot 1 - 1$

$1 = 2 - 1 \Rightarrow 1 = 1$

Precisamos isolar o q antes de dizer que ele tem o valor de 1.

→ HIPÓTESE INDUTIVA (SEJA $k \in \mathbb{Z}$)

$P(k) \overset{def}{\iff} n^k = 2q - 1$

sim

→ PASSO INDUTIVO

$P(k+1) \overset{def}{\iff} n^{k+1} = 2_{q+1} - 1$

$\iff n^k + n^{k+1} = 2_{q+1} - 1$

$\iff 2q - 1 + n^{k+1} = 2_{q+1} - 1$ [PELA H.I]

$\iff 2q + n^{k+1} = 2_{q+1}$

$\iff n^{k+1} = 2_{q+1} - 2q$

Não faz sentido dizer que vai ser igual a $(2q+1-1)$, pois o q pode ser qualquer outro número. Tome como exemplo $3^2 = 2q-1$

$9 = 2 \cdot 5 - 1$

mas

$3^3 = 2_{q+1} - 1$

$27 = 2 \cdot 6 - 1$

não é verdade. Logo, seria ideal usar outra letra.

não tem como provar sem os quantificadores!!

NÃO ESTÁ NA FORMA $2q - 1$, $q \in \mathbb{Z}$, como era esperado para provar.

B

Prove ou refute as afirmações:

não é para escrever nada disso numa prova!! Se quiser usar tem que ficar no rascunho!

B1. Todo inteiro divide ele mesmo. $a|a$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~PROVA~~	~~DADOS~~	~~ALVO~~
SEJA $a \in \mathbb{Z}$	$a \in \mathbb{Z}$	$a\|a$
TEM-SE QUE $a\|a$ SSE $aq = a$ [DEF 1]	$q \in \mathbb{Z}$	$aq = a$
EXISTE UM q QUE SATISFAZ A CONDIÇÃO ACIMA	$q = 1$	
TOME $q = 1$, TEMOS QUE $a \cdot 1 = a$ ~~PARA QUALQUER VALOR DE a~~		
LOGO CONCLUÍMOS QUE $a\|a$ ✓		

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~PROVA~~	~~DADOS~~	~~ALVO~~
SEJAM $a, b \in \mathbb{N}$ & $m \in \mathbb{Z}$	$a, b \in \mathbb{N}$	$a \equiv b \pmod{m} \to 3^a \equiv 3^b \pmod{m}$
PELA DEF 2, TEMOS QUE provar que $m\|a-b \Rightarrow m\|3^a - 3^b$	$m \in \mathbb{Z}$	$m\|a-b \to m\|3^a-3^b$
PELA DEF 1, TEMOS QUE $m \cdot q1 = a - b$ & $m \cdot q2 = 3^a - 3^b$ quais são?	$q_1 \in \mathbb{Z}$	$m \cdot q1 = a - b \Rightarrow m \cdot q2 = 3^a - 3^b$
CALCULAMOS:	$q_2 \in \mathbb{Z}$	
$mq1 + mq2 = (a-b) + \boxed{(3^a - 3^b)}$		
$m(q1+q2) = (a-b) + \boxed{(a-b)^3}$		

POR QUE SOMAR AQUI?

$m(q_1+q_2) =$

QUE ?!?

TEM QUE SE PROVAR A IMPLICAÇÃO.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

REFUTAÇÃO	DADOS	ALVO
SEJA $X \in \mathbb{Z}$ PELA DEF 1. $X \mid X+1$ SSE $X \cdot q = X+1$ EXISTE UM ÚNICO CASO EM QUE ISSO É POSSÍVEL PARA $X = 1$ & $q = 2$, TEM-SE: $1 \cdot 2 = 1+1$ OU $1 \mid 2$ $2 = 2$ ALÉM DESTE CASO MAIS NENHUM É	$X \in \mathbb{Z}$	$X \mid X+1$?? $Xq = X+1$??

POSSÍVEL ← tem que provar, apenas afirmar não oferece nada.

PORQUE PARA ESSE NÚMERO?

Ele explicou o porquê!!

FALTA CONCLUIR SE A AFIRMAÇÃO É VERDADEIRA OU FALSA.

Só isso mesmo.

nunca use.

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Sejam $A, B \in \mathbb{Z} \mid A/2 \; B \notin \mathbb{Z}$

Foi solicitado uma definição em Português ~~por extenso~~.

Sim!!!!

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: Seja $A, B \in \mathbb{Z} \mid$ e C a def. A1 portanto, $A^B \notin C$

a condição $A \mid 2$ está errada para dizer que 2 divide A. Sim

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Passo Base:

Tome $A = 3, B = 2$, temos que: $3^2 = 9$ e $9/2 \notin \mathbb{Z}$

Quem liga sobre os 3 e 2?

Passo indutivo

o que significa que um número pertence a uma definição?!?

Seja $A = k$ e $B = n$ e $C \in$ def. A1, temos que

então C é um conjunto?

$K^n \in C$, logo, para $(K+2)^n \in C$.

$(K+2)^n \in C = \rightarrow (k+2)^n \neq k^n + 2^n$ Sim.

$= 2^n + K^n \in C$ em que: $2 \notin C$, dessa forma, para todo número ímpar elevado a qualquer potência, temos que $2^n + \cancel{K^n \in C}$ → ímpar. Se, ∀ potência de Base 2 é par, pelo princípio da contagem, a soma de um par com um ímpar, sempre será ímpar

que???

Não deu para entender nada!

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Pela prova,
Seja $X \in \mathbb{Z}$, então $X \mid X$.

Se um número qualquer $\in \mathbb{R}$ dividido por ele mesmo sempre será 1, independente da condição, ao reduzir o espaço amostral para $\mathbb{Z}$, [temos que X pode ter diversos divisores, sendo o maior deles, o próprio X] → verdade mas precisa provar!

divisibilidade é em $\mathbb{Z}$! ? Sim!

também não dá para entender. :(

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$\underbrace{a \equiv b \pmod{m}}_{L} \implies \underbrace{3^a \equiv 3^b \pmod{m}}_{R}.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Por refutação,

seja $a = 3$ e $b = 2$, e nesta situação é possível negar a primeira afirmativa, se:

$a \equiv b \pmod{m}$ SSE $m \mid a - B$.

onde $a - B = 1$, portanto $m \in \mathbb{Z}$ tq. $m > 1$ não divide 1.

Para implicação a negativa da 2ª afirmação implica na negativa da 1ª afirmação! (?)

Cuidado: aqui um contra-exemplo seria três números que satisfazem a L mas não a R.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Para ~~refutação~~ prova, ~~há quatro inteiros bacanas~~, ~~já que~~
há ~~três~~ dois números bacanas, já que:

o que quer dizer? ← realmente!

$-1 \mid 0$, $1 \mid 2$ pois

?

para X ser bacana $X = MDC\ X+1$ que, na escala de inteiros, há apenas o -1 e o 1, já que, são divisores universais.

faltou provar! Sim!

não deu pra entender teu argumento.

Só isso mesmo.

o que essa frase oferece?

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

Um número x é impar sse existe um inteiro K tal que x tem como ser escrito na forma $x = 2K+1$.

✓

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $\forall x \forall y [$ ~~x é~~ y é impar $\rightarrow y^x$ é impar $]$

quase!! ✓

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Não. Tua H.I. afirma a existência de um certo $k \in \mathbb{N}$ t.q. ...

Hipotese indutiva $\forall y [y$ impar $\rightarrow y^x$ impar$]$

Para um K natural, temos que $\forall k \forall y [y$ impar $\rightarrow y^k$ impar$]$

Caso base: $K=1$

y impar $\rightarrow y^1$ impar. Verdade pois se y é impar, y^1 tambem é impar uma vez que $y = y^1$

Para o caso $K+1$:

y impar $\rightarrow y^{K+1}$. Se y for impar temos que y^{K+1} tambem será impar pois y^{K+1} pode ser escrito na forma ~~2K~~ $2N+1$ para um N natural. ??

Logo, está provado.

Como assim?

Aqui você escreveu:

<< y^{k+1} é ímpar porque y^{k+1} é ímpar. Logo, provado. >>

Não podes provar [redacted] repetindo a definição!
(abrindo)

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

Prova ou Refutação.

Queremos ~~provar~~ provar que $\forall x \in \mathbb{Z}\ [x \mid x]$.

Pela definição 1, temos que $x \mid x$ sse $\exists\, q \in \mathbb{Z}$ tal que $x \cdot q = x$.

Para $q = 1$, temos $x \cdot 1 = x$. Como $1 \in \mathbb{Z}$, está provado.

Sim. Cuidado na escrita. Veja o gabarito!

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod{m} \implies 3^a \equiv 3^b \pmod{m}.$$

Prova ou Refutação.

esses casos são todos os possíveis??

Prova.

Caso m seja par:

Se $a \equiv b \pmod{m}$, caso a e b sejam pares, $3^a \equiv 3^b \pmod{m}$ sempre será verdade pois 3^a e 3^b serão ímpares, pois são da forma 3^k que sempre é ímpar ~~logo seu resto da divisão por um~~ número par (ou seja, escrito na forma $2k$ para $k \in \mathbb{Z}$) será sempre 1.

inválida pois, caso $a = 2$ e $m = 6$ o resto de $3^2 \pmod{6} = 3$

~~Caso a e b sejam ímpares~~, 3^a e 3^b serão ímpares e o resto da divisão por um número par também sempre será 1.

Afirmação inválida

Pois quando $a = 1$ e ~~...~~ $m > 3$

Teremos $3^a \pmod{m} \equiv 3 \pmod{m}$

A mesma ideia vale caso m seja ímpar.

o que a paridade dos $a, b, 3^a, 3^b$ tem a ver com nosso objetivo aqui?

cuidado, essa expressão não é definida.

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

Prova.

Analisando os números inteiros de -4 até 4, percebemos que os únicos casos onde $x \mid x+1$ são os casos onde $x=-1$ e $x=1$, pois:

$-4 \nmid -3$; $-3 \nmid -2$; $-2 \nmid -1$; $\underbrace{-1 \mid 0}_{(1)}$; $0 \nmid 1$; $\underbrace{1 \mid 2}_{(2)}$; $2 \nmid 3$; $3 \nmid 4$.

Prova (1): $-1 \mid 0$ pois $\exists q \in \mathbb{Z}$ tal que $-1 \cdot q = 0$. Para $q=0$, temos (1) verdadeiro

Prova (2): $1 \mid 2$ pois $\exists q \in \mathbb{Z}$ tal que $1 \cdot q = 2$. Para $q=2$, temos (2) verdadeiro.

Para todos os outros casos é impossível que $x \mid x+1$ pois são números consecutivos.

os 1, 2 e -1, 0 também são consecutivos.

Só isso mesmo.

Tem que aprender usar variáveis!
Teu texto tá errado assim!

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) de "ímpar". Não suponha que o leitor sabe o que é um número par.

DEFINIÇÃO.

ímpar é todo número tal que ímpar mod 2 resulta 1

NÚMERO

X

A2. Usando uma fórmula de lógica, expresse a afirmação

"todas as potências de qualquer número ímpar são ímpares também".

FÓRMULA: $2 \mid x - 1$ então $2 \mid (x-1)^n$

??

A3. Usando indução prove a afirmação do **A2**.

PROVA.

Base: ~~x é um inteiro ímpar~~ ? PASSO BASE ?

hip.: 1 é ímpar   NÃO USOU A FORMULA

Passo Indutivo:

$\exists x \in \mathbb{Z}$ tq $x = 2x' + 1$

substituindo x na fórmula   ✓

$2 \mid (2x+1) - 1$, temos que $2 \mid 2$? Onde tá x'?

Porque $(2x-1)-1 = 2$? ✓

tendo que $2 \mid 2$, 2 dividirá qualquer potencia de 2 pois pela def. $2 \mid 2^n$ pois existe Q tal que $2 \cdot Q = 2^n$. portanto todas as potências de ímpares também são ímpares.

não deu para entender nada :(

X

B

Prove ou refute as afirmações:

B1. Todo inteiro divide ele mesmo.

PROVA OU REFUTAÇÃO.

~~Verdadeiro~~ Falso, para qualquer número x, y utilizando a fórmula $x \equiv x \pmod y$ e reescrevendo de forma $y \mid x - x$, y dividirá todos os números pois todo número divide 0, menos o 0 ← porquê?

0|0 sim.

Veja a definisão

B2. Sejam naturais a, b com $a \neq b$. Para todo inteiro $m > 1$,

$$a \equiv b \pmod m \implies 3^a \equiv 3^b \pmod m.$$

PROVA OU REFUTAÇÃO. quem é esse x? se x=0?

$3 \mid 3^x$ pois pela def. $\exists n \in \mathbb{Z}$ Tq. $3 \cdot n = 3^x$

Base: 2 é igual a m ???

Passo Ind: $3^{a+1} \equiv 3^{b+1} \pmod{2}$

já que $3 \mid 3^x$ então $3 \mid 3^{a+1}$ e $3 \mid 3^{b+1}$

o que leva a $2 \mid (3^{a+1}) - (3^{b+1})$

Portanto Verdade. ? por que?

Como $3 \mid 3^{a+1}$ e $3 \mid 3^{b+1}$ leva a $2 \mid 3^{a+1} - 3^{b+1}$?

B3. Chamamos um inteiro x *bacana* sse $x \mid x+1$. Existem exatamanete dois inteiros bacanas.

Prova ou Refutação.

Assumindo que existem mais de 2 inteiros bacanas, podemos reescrever a fórmula de forma $2x \mid 2x+1$, que se torna falsa pois nenhum par descrito da forma $2x$ divide um ímpar descrito da forma $2x+1$. por quê?

Portanto só há 2 inteiros bacanas: 0, 1. por que?

0 não é bacana

e os ímpares?

sim!

por quê?

Só isso mesmo.