
Nome:

13/09/2017

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra, antes de usá-la.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.³
- XII. Escolha até 3 dos E, F, G, H para responder.⁴

Lembre-se a notação:

$$\begin{array}{ll} (A \rightarrow B) \stackrel{\text{def}}{=} \{f \mid f : A \rightarrow B\} & f : A \mapsto B \stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função injetora de } A \text{ para } B \\ f[X] \stackrel{\text{def}}{=} \text{a imagem de } X \subseteq \text{dom}f \text{ através da } f & f : A \twoheadrightarrow B \stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função sobrejetora de } A \text{ para } B \\ f^{-1}[Y] \stackrel{\text{def}}{=} \text{a preimagem de } Y \subseteq \text{cod}f \text{ através da } f & f : A \mapsto B \stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função bijetora de } A \text{ para } B \end{array}$$

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

⁴Provas com respostas nas 4 partes não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(24) **E**

(12) **E1.** Defina *completamente* o fecho reflexivo R_r e o fecho simétrico R_s duma relação R .
DEFINIÇÃO.

(12) **E2.** Seja \sim uma relação de equivalência num conjunto A , e sejam $a, b \in A$. Prove que:

$$a \sim b \iff [a] \cap [b] \neq \emptyset.$$

onde denotamos por $[x]$ a classe de equivalência de $x \in A$ através da \sim . Seja específico nas tuas justificativas.

PROVA.

(24) **F**

(12) **F1.** Sejam $f : X \rightarrow Y$ e $\{B_n\}_n$ uma seqüência de subconjuntos de Y . Prove que:

$$f^{-1}\left[\bigcap_{n=0}^{\infty} B_n\right] = \bigcap_{n=0}^{\infty} f^{-1}[B_n]$$

PROVA.

(12) **F2.** Seja $\epsilon > 0$ e defina a relação binária \sim_ϵ no \mathbb{R} pela

$$x \sim_\epsilon y \stackrel{\text{def}}{\iff} |x - y| < \epsilon.$$

Ela é uma relação de equivalência?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(24) **G**

(16) **G1.** Seja S o conjunto de todos os strings *não vazios* dum alfabeto Σ , com $|\Sigma| \geq 2$. Considere a função $f : S \times \{0, 1\} \rightarrow S$ definida pela:

$$f(w, i) = \begin{cases} ww, & \text{se } i = 0 \\ w', & \text{se } i = 1 \end{cases}$$

onde w' é o string reverso de w , e onde denotamos a concatenação de strings por juxtaposição.

(i) A f é injetora?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(ii) A f é sobrejetora?

PROVA/REFUTAÇÃO.

(8) **G2.** Seja \mathcal{P} o conjunto de todas as pessoas. Considere as relações no \mathcal{P} definidas pelas

$\text{Parent}(x, y) \stackrel{\text{def}}{\iff} x \text{ é a mãe ou o pai de } y$

$\text{Child}(x, y) \stackrel{\text{def}}{\iff} x \text{ é filho ou filha de } y.$

Prove ou refute: $\text{Child} \circ \text{Parent} \stackrel{?}{=} \text{Parent} \circ \text{Child}.$

PROVA/REFUTAÇÃO.

(24) **H**

(12) **H1.** Prove ou refute a afirmação seguinte: *para toda função $f : X \rightarrow Y$, se $A \subseteq X$, então*

$$f^{-1}[f[A]] = A.$$

PROVA/REFUTAÇÃO.

(12) **H2.** Prove ou refute a afirmação seguinte: *para toda função $f : X \rightarrow Y$, se $B \subseteq Y$, então*

$$f[f^{-1}[B]] = B.$$

PROVA/REFUTAÇÃO.

Só isso mesmo.

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO