

FMC2, 2017.2
(Turmas do Thanos)

Provinha 0
(points: 0; bonus: 0^b; time: 70')

Alun*:

Alun*-prof:

26/07/2017

(Resolva todos os problemas.)

A

A1. Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) do que significa que “o número real x é irracional”. Não assume que o leitor já saiba a palavra “racional”.

DEFINIÇÃO.

A2. Usando uma fórmula, expresse o significado da frase “ x é racional”. Considere como universo o \mathbb{R} e seus subconjuntos. Além dos símbolos “padrão” de lógica, podes usar **apenas** os símbolos: $0, 1, 2, +, >, \cdot, \in, \mathbb{N}, \mathbb{Z}$.

FÓRMULA:

B

Considere as 52 cartas de algum baralho.

B1. De quantas maneiras podemos escolher 4 delas? (A ordem não importa.)

RESPOSTA:

B2. Quantas delas são feitas por cartas da mesma cor?

RESPOSTA:

C

Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Prove que

(i) $a \mid -a$;

(ii) $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$.

PROVA.

D

D1 Para quais valores de $n \in \mathbb{Z}$ o $n^2 - 1$ é primo?

RESPOSTA & PROVA.

D2 Prove ou refuta a afirmação: *para todo* $x, m, n \in \mathbb{Z}$,

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{m} \\ x \equiv 1 \pmod{n} \end{array} \right\} \implies x \equiv 1 \pmod{mn}$$

PROVA OU REFUTAÇÃO.

I

Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1.$$

PROVA.

J

J1. Para cada um dos inteiros 36, 3, 1, e 0, escreve ele como produtório de primos se é possível; senão, explique o porquê.

RESPOSTA.

J2. Prove que cada $n \in \mathbb{N}$ com $n > 1$ pode ser escrito como produtório de primos.

Dica: Princípio da indução finita forte (PIFF), ou princípio da boa ordem (PBO).

PROVA.

RASCUNHO