Axiomas ZFC

Extensionality.

$$\forall a \forall b\,(a = b \leftrightarrow \forall x(x \in a \leftrightarrow x \in b)) \tag{ZF1}$$

Emptyset.

$$\exists e \forall x(x \notin e) \tag{ZF2}$$

Pairset.

$$\forall a \forall b \exists s \forall x\,(x \in s \leftrightarrow (x = a \vee x = b)) \tag{ZF3}$$

Separation (scheme). Para qualquer formula $\varphi(x)$ o seguinte:

$$\forall w \exists s \forall x\,(x \in s \leftrightarrow (x \in w \wedge \varphi(x))) \tag{ZF4}$$

Powerset.

$$\forall a \exists s \forall x\,(x \in s \leftrightarrow x \subseteq a) \tag{ZF5}$$

Unionset.

$$\forall a \exists s \forall x\,(x \in s \leftrightarrow \exists d(x \in d \wedge d \in a)) \tag{ZF6}$$

Infinity.

$$\exists i\,(\emptyset \in i \wedge \forall x(x \in i \to x \cup \{x\} \in i)) \tag{ZF7}$$

Replacement (scheme). Para qualquer function-like fórmula $\varphi(x, y)$ o seguinte:[1]

$$\forall d \exists c \forall y\,(y \in c \leftrightarrow (\exists x \in d)[\varphi(x, y)]) \tag{ZF8}$$

Foundation.

$$(\forall a \neq \emptyset)(\exists d \in a)[d \cap a = \emptyset] \tag{ZF9}$$

Choice. *Seja $\mathscr{F}$ família de conjuntos não vazios.*

$$\text{Então existe função } \varepsilon : \mathscr{F} \to \bigcup \mathscr{F}, \text{ tal que para todo } A \in \mathscr{F},\ \varepsilon(A) \in A. \tag{AC}$$

[1] Uma fórmula $\varphi(x, y)$ é *function-like*, se:

$$\forall x \exists! y[\varphi(x, y)] \qquad \text{ou seja,} \qquad \forall x \exists y\big[\varphi(x, y) \wedge \forall y'[\varphi(x, y') \to y = y']\big].$$

Nesse caso, também usamos o termo *class function*, e a notação comum $\varphi(x) = y$, para significar que o par (x, y) satisfaz a φ, ou seja, que a fórmula $\varphi(x, y)$ é verdadeira.