

## FMC2, 2016.1

(Turma do Thanos)

### Problem set A<sup>1</sup>

---

**A.1** Para cada um dos casos em baixo (que seja possível), *tentar construir* uma função de  $A$  para  $B$  que seja nem injetora nem sobrejetora, uma que seja injetora mas não sobrejetora, uma que seja sobrejetora mas não injetora, e uma que seja bijetora.

(i)  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  
 $B = \{0, 5\}$ ;

(v)  $A = \{\text{Natal, Recife}\}$ ,  
 $B = \emptyset$ ;

(ii)  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  
 $B = \{\text{Natal, Recife, Fortaleza}\}$ ;

(vi)  $A = \{\mathbb{R}\}$ ,  
 $B = \mathbb{N}$ ;

(iii)  $A = \{9\}$ ,  
 $B = \{2, 3, 4, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}\}$ ;

(vii)  $A = \mathbb{R}$ ,  
 $B = \{\mathbb{N}\}$ ;

(iv)  $A = \emptyset$ ,  
 $B = \{0, 1\}$ ;

(viii)  $A = \mathbb{R}$ ,  
 $B = \mathbb{N}$ .

**A.2** Para cada um dos casos acima, quantas funções  $f : A \rightarrow B$  existem? Quantas injetoras, quantas sobrejetoras, e quantas bijetoras?

**A.3** Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos.

(i) Prove que  $A =_c A$ .

(ii) Prove que se  $A =_c B$  então  $B =_c A$ .

(Lembra que  $X =_c Y$  significa que os conjuntos  $X$  e  $Y$  têm a mesma cardinalidade, ou seja, que existe uma função bijetora  $f : X \rightarrow Y$ .)

**A.4** Um *quadrado perfeito* é um número inteiro que pode ser expresso como o quadrado de um outro número inteiro. Seja  $T$  o conjunto dos quadrados perfeitos e  $P$  o conjunto dos primos. Prove que:

(i)  $T =_c \mathbb{N}$ ;

(ii)  $P =_c \mathbb{N}$ ;

(iii)  $P =_c T$ ;

(iv)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\} =_c \{p \in P \mid 20 \leq p < 31\}$ .

**A.5** Sejam  $X$  e  $Y$  conjuntos e  $f : X \rightarrow Y$  uma função injetora. Prove que existe subconjunto  $Y_0 \subseteq Y$  tal que  $X =_c Y_0$ .

**A.6** Sejam  $X$  e  $Y$  conjuntos e  $g : X \rightarrow Y$  uma função sobrejetora.

(i) Existe subconjunto  $Y_0 \subseteq Y$  tal que  $X =_c Y_0$ ?

(ii) Existe subconjunto  $X_0 \subseteq X$  tal que  $X_0 =_c Y$ ?

---

<sup>1</sup>Em português péssimo ☹