

Nome:

2023-12-08

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova. V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
II. Nenhuma consulta de qualquer forma. VI. Responda dentro das caixas indicadas.
III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, etc.).¹ VII. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.
IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma. VIII. Escolha até 1 dos C, I.³

Suas respostas precisam ser escritas na linguagem “mid-level” que temos elaborado.

Podes usar os teoremas que demonstramos na primeira parte de IDMb.

Usamos **Real** para denotar um tipo cujos membros chamamos de (números) reais e onde temos os seguintes componentes primitivos:

$$0, 1 : \text{Real} \quad (+), (\cdot) : \text{Real} \times \text{Real} \rightarrow \text{Real} \quad (-) : \text{Real} \rightarrow \text{Real} \quad (>) : \text{Real} \times \text{Real} \rightarrow \text{Prop.}$$

Estipulamos as proposições seguintes como axiomas:

$$\begin{aligned} (\forall a, b, c) [a + (b + c) &= (a + b) + c] && \text{(RA-Ass)} \\ (\forall a) [0 + a &= a = a + 0] && \text{(RA-Id)} \\ (\forall a) [(-a) + a &= 0 = a + (-a)] && \text{(RA-Inv)} \\ (\forall a, b) [a + b &= b + a] && \text{(RA-Com)} \\ \\ (\forall a, b, c) [a \cdot (b \cdot c) &= (a \cdot b) \cdot c] && \text{(RM-Ass)} \\ (\forall a) [a \cdot 1 &= a] && \text{(RM-Id)} \\ (\forall a \neq 0) (\exists a') [a' \cdot a &= 1 = a \cdot a'] && \text{(RM-Inv*)} \\ (\forall a, b) [a \cdot b &= b \cdot a] && \text{(RM-Com)} \\ \\ 0 \neq 1 && \text{(R-NTriv)} \\ (\forall d, a, b) [(a + b) \cdot d &= (a \cdot d) + (b \cdot d) \ \& \ d \cdot (a + b) = (d \cdot a) + (d \cdot b)] && \text{(R-Dist)} \\ \\ (\forall a, b, c) [a > b \ \& \ b > c &\implies a > c] && \text{(RO-Trans)} \\ (\forall a, b) [\text{e.u.d.}: a > b; a = b; b > a] && \text{(RO-Tri)} \\ (\forall a, b, c) [a > b &\implies a + c > b + c] && \text{(RO-A)} \\ (\forall a, b, c) [a > b \ \& \ c > 0 &\implies ac > bc] && \text{(RO-M)} \end{aligned}$$

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Provas violando essa regra (com respostas em mais problemas) não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(24) **C**

(16) **C1.** Demonstre a proposição:

$$\text{[Redacted]} \Leftrightarrow \text{[Redacted]}$$

DEMONSTRAÇÃO.

(8) **C2.** Demonstre que a veracidade da **C1** [Redacted]
RESPOSTA.

(24) **I**

Sejam $\epsilon > 0$ de reais, $(a_n)_n$ uma seqüência de reais convergente, e ℓ o seu limite. Considere a proposição:

$$\text{eventualmente } |a_n - \ell| < \epsilon \iff |a_n - \ell| < \epsilon$$

(8) **I1.** Dê um contraexemplo para cada direção.

CONTRAEXEMPLO PARA (\implies).

CONTRAEXEMPLO PARA (\impliedby).

(16) **I2.** Adicione uma hipótese simples e interessante nos teus dados, com qual uma direção vira demonstrável, e demonstre.

DADO EXTRA:

DEMONSTRAÇÃO DA _____ .

Só isso mesmo.

LEMMATA

