FMC1, 2022.1
(Turma N12 do Thanos)

Prova 1.1
(points: 24; bonus: $0^\flat$; time: 90')

Nome:

2022-04-18

Regras:

I. Não vires esta página antes do começo da prova.

II. Nenhuma consulta de qualquer forma.

III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).[1]

IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.

V. $(\forall x)\,[\,\mathrm{Colar}(x) \implies \neg\mathrm{Passar}(x, \mathrm{FMC1})\,]$.[2]

VI. Use caneta para tuas respostas.

VII. Responda dentro das caixas indicadas.

VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.

IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.

X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

Lembram-se:

Dados. Os inteiros $(\mathbb{Z}; 0, 1, +, -, \cdot)$ com tipos:

$$0 : \mathsf{Int} \qquad 1 : \mathsf{Int} \qquad + : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \qquad - : \mathsf{Int} \to \mathsf{Int} \qquad \cdot : \mathsf{Int} \times \mathsf{Int} \to \mathsf{Int}.$$

Axiomas (até agora).

`(ZA-Ass)`	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	`(ZM-Ass)`
`(ZA-IdR)`	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$	`(ZM-IdR)`
`(ZA-Com)`	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$	`(ZM-Com)`
`(ZA-InvR)`	$a + (-a) = 0$		
`(ZB-DistR)`	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	$a \cdot b = 0 \implies a = 0$ ou $b = 0$	`(ZB-NZD)`

Esclarecimento:

Suas demonstrações/refutações precisam ser na linguagem “low-level” que temos elaborado nas aulas. (Escreva apenas a parte de “código”. *Não inclua* os Dados/Alvo no teu texto!)

Boas provas!

---

[1] Ou seja, *desligue antes* da prova.
[2] Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(8) **A**

Usando os: $\to, \times, (,)$, e os $\mathsf{Var}, \mathsf{Nat}, \mathsf{Int}, \mathsf{Real}, \mathsf{String}, \mathsf{Set}, \mathsf{Prop}, \mathsf{Cmd}, \mathsf{Type}, \mathsf{Obj}, \mathsf{Person}$ atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam "buracos" ou "lacunas".

A mãe de ________ tem ________ filhos. :

$\_ + 3 \leq 12.$:

o pai de ________ :

$\_ + \_ \mid \_.$:

Seja _ inteiro. :

Suponha ________. :

A palavra ________ tem tamanho ________. :

Seja x ________ tal que ________. :

(8) ## B

Estamos no mundo dos inteiros $(\mathbb{Z}; 0, 1, +, -, \times)$.

(4) **B1.** Defina (com definição completa, em português matemático) a relação $\mid$ de *divide*, e o predicado Odd(_) de «ser ímpar».

(2) Definição (divide).

(2) Definição (ímpar).

(4) **B2.** $(+)$-cancelamento pela esquerda.
Para quaisquer inteiros a, u, v,

$$a + u = a + v \implies u = v.$$

Demonstração.

(8) C

Demonstre completamente **até um** dos teoremas seguintes:

(6) **C1.** Demonstre que *para quaisquer* a, b *inteiros, a equação*

$$a + x = b$$

com incógnito x tem resolução única, ou seja: existe único inteiro x tal que $a + x = b$.
DEMONSTRAÇÃO.

(8) **C2.** Zero é um $(\cdot)$-anihilador esquerdo.
Para qualquer inteiro x, $0 \cdot x = 0$.
DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.

Rascunho

Rascunho