
Nome:

2022-04-18

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $(\forall x) [\text{Colar}(x) \implies \neg \text{Passar}(x, \text{FMC1})]$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo—mesmo se for atraso de 1 segundo.

Lembram-se:

Dados. Os inteiros $(\mathbb{Z}; 0, 1, +, -, \cdot)$ com tipos:

$$0 : \text{Int} \quad 1 : \text{Int} \quad + : \text{Int} \times \text{Int} \rightarrow \text{Int} \quad - : \text{Int} \rightarrow \text{Int} \quad \cdot : \text{Int} \times \text{Int} \rightarrow \text{Int}.$$

Axiomas (até agora).

(ZA-Ass)	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	(ZM-Ass)
(ZA-IdR)	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$	(ZM-IdR)
(ZA-Com)	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$	(ZM-Com)
(ZA-InvR)	$a + (-a) = 0$		
(ZB-DistR)	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	$a \cdot b = 0 \implies a = 0 \text{ ou } b = 0$	(ZB-NZD)

Esclarecimento:

Suas demonstrações/refutações precisam ser na linguagem “low-level” que temos elaborado nas aulas. (Escreva apenas a parte de “código”. *Não inclua* os Dados/Alvo no teu texto!)

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

(8) **A**

Usando os: \rightarrow , \times , $(,)$, e os `Var`, `Nat`, `Int`, `Real`, `String`, `Set`, `Prop`, `Cmd`, `Type`, `Obj`, `Person` atribua a tipagem que tu considera melhor para os seguinte:

Obs.: as linhas representam “buracos” ou “lacunas”.

```

[redacted] :
    [redacted] :
        [redacted] :
            [redacted] :
                [redacted] :
                    [redacted] :
[redacted] :
    [redacted] :
```

(8) **B**

Estamos no mundo dos inteiros $(\mathbb{Z}; 0, 1, +, -, \times)$.

(4) **B1.** Defina (com definição completa, em português matemático) [redacted], e o [redacted].

(2) DEFINIÇÃO ([redacted]).

(2) DEFINIÇÃO ([redacted]).

(4) **B2.** [redacted]
[redacted]

$$[redacted] \Rightarrow [redacted].$$

DEMONSTRAÇÃO.

(8) C

Demonstre completamente **até um** dos teoremas seguintes:

(6) C1. Demonstre que *para quaisquer a, b inteiros*, $\text{m.d.c.}(a, b) \cdot \text{m.m.c.}(a, b) = ab$.

$$\text{m.d.c.}(a, b) \cdot \text{m.m.c.}(a, b) = ab$$

, ou seja: $\text{m.d.c.}(a, b)$ único $\text{m.m.c.}(a, b)$.

DEMONSTRAÇÃO.

(8) C2. $\text{m.d.c.}(a, b) = \text{m.d.c.}(a, b - ka)$, $\forall k \in \mathbb{Z}$.

, $\text{m.m.c.}(a, b) = \text{m.m.c.}(a, b - ka)$.

DEMONSTRAÇÃO.

Só isso mesmo.

LEMMATA

