
Nome:

14/09/2018

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra *antes de usá-la*.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.³
- XII. Responda em até 2 dos A, B, C.⁴

Lembre-se a notação:

$$\begin{array}{ll} (A \rightarrow B) \stackrel{\text{def}}{=} \{f \mid f : A \rightarrow B\} & f : A \rightarrow B \stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função injetora de } A \text{ para } B \\ f[X] \stackrel{\text{def}}{=} \text{a imagem de } X \subseteq \text{dom} f \text{ através da } f & f : A \twoheadrightarrow B \stackrel{\text{def}}{\iff} f \text{ é função sobrejetora de } A \text{ para } B \\ f^{-1}[Y] \stackrel{\text{def}}{=} \text{a preimagem de } Y \subseteq \text{cod} f \text{ através da } f & f : A \xrightarrow{\text{def}} B \iff f \text{ é função bijetora de } A \text{ para } B \end{array}$$

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

⁴Provas que quebram essa regra não serão corrigidas (tirarão 0 pontos).

(24) **A**

Em matemática as vezes aparece a notação $f(X)$ para denotar a imagem do $X \subseteq \text{dom} f$ através da função f . Aqui usamos a notação $f[X]$. *Sem usar o conjunto vazio em lugar nenhum na tua resposta*, dê um exemplo (completo) que mostre que a notação $f(X)$ pode ser problemática (e logo nossa notação $f[X]$ é melhor). Explique *curtamente*.

RESPOSTA.

(36) **B**

Seja $f : A \rightarrow B$. A afirmação

f bijetora \iff para todo $b \in B$, $f^{-1}[\{b\}]$ é um conjunto unitário

é verdadeira? Responda... (1) “sim”, e prove; (2) “não”, e refute; ou (3) “depende”, e mostre dois exemplos: um onde a afirmação é verdadeira, e outro onde não é.

RESPOSTA (SIM / NÃO / DEPENDE).

(40) **C**

(8) **C1.** Defina (com texto completo!) as iterações f^n duma função f .

DEFINIÇÃO.

(32) **C2.** Sejam $f : A \rightarrow A$ um endomapa e $x \in A$. Chamamos o $x \in A$ um *fixpoint* da f sse $f(x) = x$. Prove ou refute a afirmação:

x é um fixpoint da $f \iff$ para todo $n \in \mathbb{N}$, x é um fixpoint da f^n .

PROVA/REFUTAÇÃO.

(8^b) **Z**

Sejam A, B, C conjuntos. Usando a notação λ , defina função com tipo

: $A \rightarrow (B \rightarrow ((A \rightarrow B) \times (A \cup C) \times \mathbb{N}))$.

Cuidado: sobre esses conjuntos não podes supor nada mais alem do fato que são conjuntos.

Só isso mesmo.

RASCUNHO

RASCUNHO