
Nome:

22/03/2017

Regras:

- I. Não vires esta página antes do começo da prova.
- II. Nenhuma consulta de qualquer forma.
- III. Nenhum aparelho ligado (por exemplo: celular, tablet, notebook, *etc.*).¹
- IV. Nenhuma comunicação de qualquer forma e para qualquer motivo.
- V. $\forall x(\text{Colar}(x) \rightarrow \neg \text{Passar}(x, \text{FMC2}))$.²
- VI. Use caneta para tuas respostas.
- VII. Responda dentro das caixas indicadas.
- VIII. Escreva teu nome em *cada* folha de rascunho extra, antes de usá-la.
- IX. Entregue *todas* as folhas de rascunho extra, juntas com tua prova.
- X. Nenhuma prova será aceita depois do fim do tempo.
- XI. Os pontos bônus são considerados apenas para quem consiga passar sem.³

Boas provas!

¹Ou seja, *desligue antes* da prova.

²Se essa regra não faz sentido, melhor desistir desde já.

³Por exemplo, 25 pontos bonus podem aumentar uma nota de 5,2 para 7,7 ou de 9,2 para 10,0, mas de 4,9 nem para 7,4 nem para 5,0. A 4,9 ficaria 4,9 mesmo.

(9) **A**

- (3) **A1.** Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : C \rightarrow D$ funções. Defina formalmente o que significa que as funções f e g são diferentes ($f \neq g$). (Não suponha que teu leitor sabe o que significa $f = g$.)
DEFINIÇÃO.

- (3) **A2.** Sejam A, B conjuntos diferentes, e $f : A \rightarrow B$. Para cada uma das igualdades em baixo,⁴ decida se ela é válida ou não, justificando tua resposta.

(1) $f = f \circ \text{id}_A$ (2) $f = f \circ \text{id}_B$ (3) $f = \text{id}_A \circ f$ (4) $f = \text{id}_B \circ f$.

RESPOSTA.

- (3) **A3.** Verdade ou falso? (Prove tua resposta.)

Se $(g \circ f)$ é constante, então pelo menos uma das f, g também é.

PROVA.

⁴Para todo conjunto C , denotamos com $\text{id}_C : C \rightarrow C$ a sua identidade (tambem denotada por 1_C).

(9 + 2^b) **B**

(3) **B1.** Sejam $A \neq \emptyset$ um conjunto e $f : A \rightarrow \mathcal{P}A$ definida pela equação

$$f(a) = \{a\} \quad .$$

(1) f é injetora? (2) f é sobrejetora?

PROVAS.

(3) **B2.** Sejam $n \in \mathbb{N}$, e $I = \{i \in \mathbb{N} \mid i < n\}$. Considere a função $\pi : I \times A^n \rightarrow A$ definida por

$$\pi(i, \alpha) = \text{o } i\text{-ésimo elemento da tupla } \alpha = \alpha_i$$

(1) π é injetora? (2) π é sobrejetora?

PROVAS.

(3) **B3.** Se f é injetora e g sobrejetora, a $g \circ f$ é necessariamente bijetora?

PROVA.

(2^b) **B4.** Podemos trocar o I por \mathbb{N} no $\text{dom}(\pi)$ do **B2**?

RESPOSTA.

(10 + 4^b) **C**

(10) **C1.** Sejam $n \in \mathbb{N}$ com $n \geq 2$ e n conjuntos A_1, A_2, \dots, A_n . Seja

$$A := A_1 \triangle A_2 \triangle \dots \triangle A_n.$$

Observe que como a operação \triangle é (i) associativa e (ii) comutativa, o A é bem definido.

Prove que:

$$A = \{a \mid a \text{ pertence numa quantidade ímpar de } A_i\text{'s}\}.$$

Dica: Indução.

PROVA.

(4^b) **C2.** O que devemos mudar (e como) no **C1** e sua resposta, se apagar o “ $n \geq 2$ ”?

RESPOSTA.

Só isso mesmo.

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO