

---

Alun\*:

Turma:

---

15/02/2017

(Responda em todas as A, B, C, D, e **em apenas uma** das I e J.)

## A

**A1.** Escreva uma definição certa e formal (em português matemático) da palavra “*par*”. Não assume que o leitor já saiba o significado das palavras: “*sistema de numeração*”, “*ímpar*”, “*divisão*”, “*divide*”, “*módulo*”.

DEFINIÇÃO.

**A2.** Usando uma fórmula, expresse o significado da frase “*o  $x$  é irracional*”. Considere como universo o  $\mathbb{R}$  e seus subconjuntos. Além dos símbolos “padrão” de lógica, podes usar apenas os símbolos:

$0, 1, 2, +, >, \cdot, \in, \mathbb{N}, \mathbb{Z}$ .

FÓRMULA:

## B

Considere os inteiros  $1, 2, \dots, 30$ .

**B1.** De quantas maneiras podemos os permutar?

RESPOSTA:

**B2.** Quantas delas deixam cada múltiplo de 5 no seu lugar?

RESPOSTA:

## C

Sejam  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Prove que

(i)  $a \mid a$ ;

(ii)  $a \mid b \ \& \ a \mid c \implies a \mid b + c$ ;

(iii)  $a \mid b \ \& \ b \mid c \implies a \mid c$ .

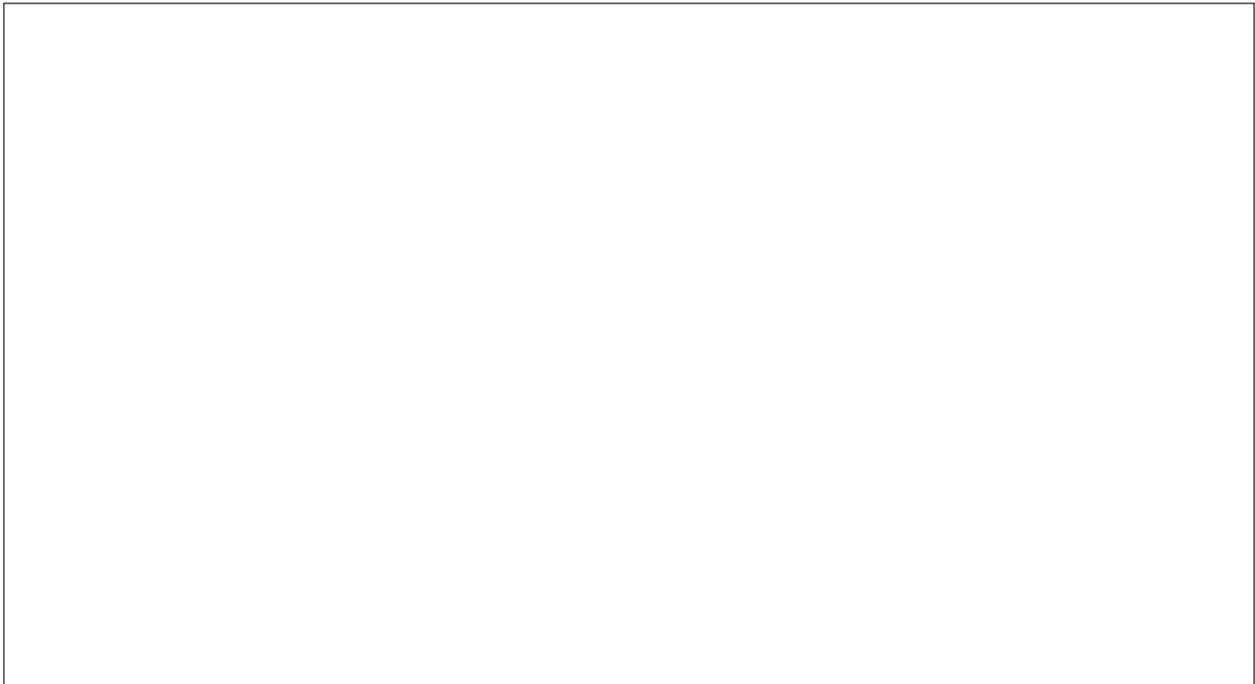
PROVA.



## D

Prove que para todo  $n \in \mathbb{Z}$ , se  $3 \nmid n$  então  $3 \mid n^2 - 1$ .

PROVA.



# I

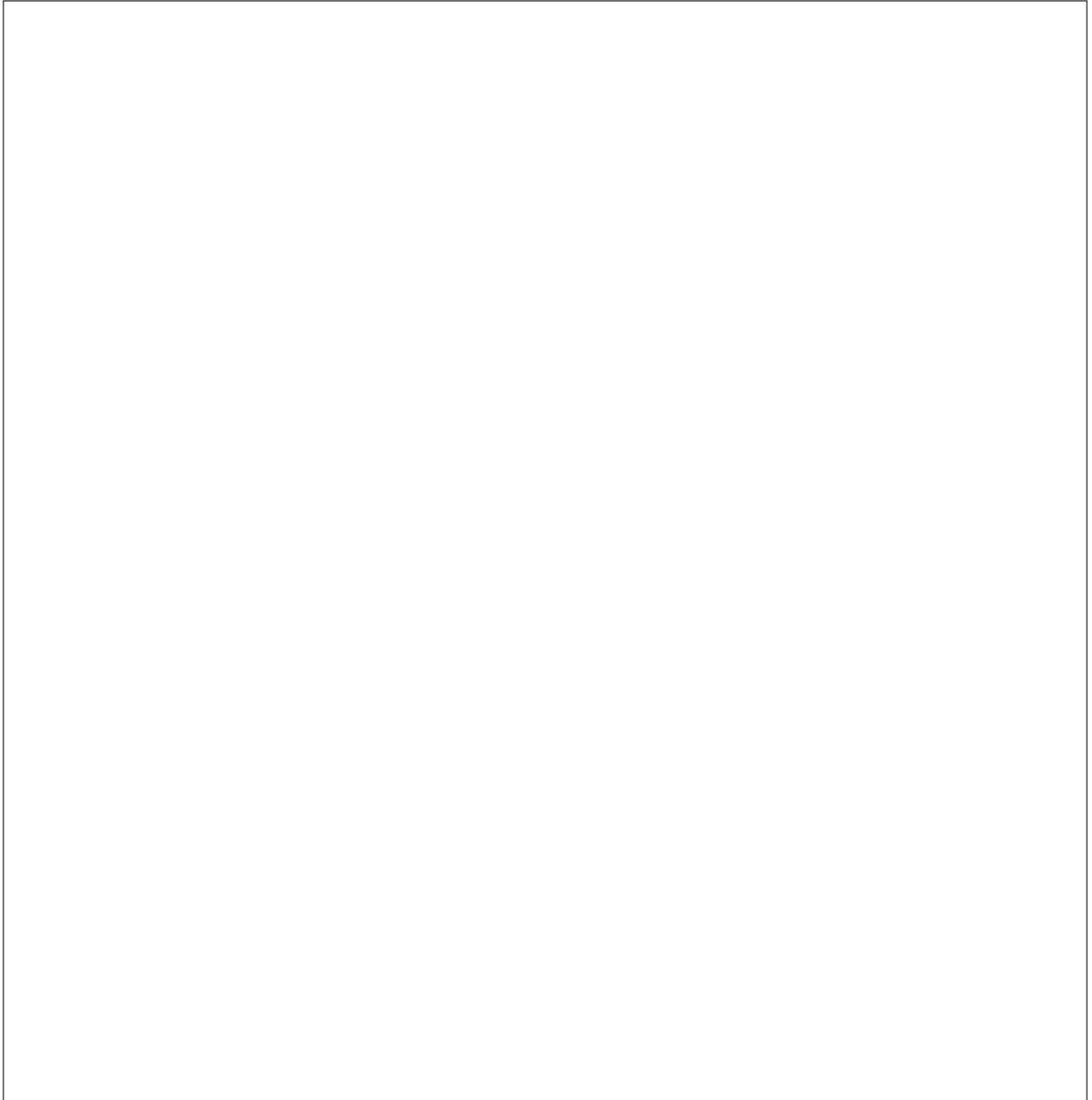
Os *números Fibonacci* são definidos recursivamente assim:

$$\begin{aligned}F_0 &= 0 \\F_1 &= 1 \\F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n\end{aligned}$$

Prove que para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$\sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1. \quad (0.1)$$

PROVA.



## J

**J1.** Para cada um dos inteiros 24, 3, 1, e 0, escreve ele como produtório de primos se é possível; senão, explique o porquê.

RESPOSTA.

**J2.** Prove que cada  $n \in \mathbb{N}$  com  $n > 1$  pode ser escrito como produtório de primos.

*Dica: Princípio da indução finita forte (PIFF), ou princípio da boa ordem (PBO).*

PROVA.