

Axiomas ZFC

Extensionality.

$$\forall x \forall y (x = y \leftrightarrow \forall w (w \in x \leftrightarrow w \in y)) \quad (\text{ZF1})$$

Emptyset.

$$\exists x \forall y (y \notin x) \quad (\text{ZF2})$$

Pairset.

$$\forall x \forall y \exists p \forall w (w \in p \leftrightarrow (w = x \vee w = y)) \quad (\text{ZF3})$$

Separation (scheme). Para qualquer formula $\varphi(x)$ o seguinte:

$$\forall x \exists s \forall w (w \in s \leftrightarrow (w \in x \wedge \varphi(w))) \quad (\text{ZF4})$$

Powerset.

$$\forall x \exists p \forall w (w \in p \leftrightarrow w \subseteq x) \quad (\text{ZF5})$$

Unionset.

$$\forall x \exists u \forall w (w \in u \leftrightarrow \exists s (s \in x \wedge w \in s)) \quad (\text{ZF6})$$

Infinity.

$$\exists w (\emptyset \in w \wedge \forall x (x \in w \rightarrow x \cup \{x\} \in w)) \quad (\text{ZF7})$$

Replacement (scheme). Para qualquer function-like¹ fórmula $\varphi(x, y)$ o seguinte:

$$\forall d \exists c \forall s (s \in c \leftrightarrow (\exists e \in d) [\varphi(e, s)]) \quad (\text{ZF8})$$

Foundation.

$$(\forall x \neq \emptyset) (\exists m \in x) [x \cap m = \emptyset] \quad (\text{ZF9})$$

Choice. *Seja \mathcal{F} família de conjuntos não vazios.*

Então existe função $\varepsilon : \mathcal{F} \rightarrow \bigcup \mathcal{F}$, tal que para todo $A \in \mathcal{F}$, $\varepsilon(A) \in A$. (AC)

¹Uma fórmula $\varphi(x, y)$ é *function-like*, se:

$$\forall x \exists! y [\varphi(x, y)] \quad \text{ou seja,} \quad \forall x \exists y [\varphi(x, y) \wedge \forall y' [\varphi(x, y') \rightarrow y = y']].$$

Nesse caso, também usamos o termo *class function*, e a notação comum $\varphi(x) = y$, para significar que o par (x, y) satisfaz a φ , ou seja, que a fórmula $\varphi(x, y)$ é verdadeira.